

L'efecte

Dpppler en el so

Júlia Amorós Binefa

2n Batxillerat

Ins La Serra

Tutora: Carme Moncasí



ÍNDEX

1. Introducció	3
2. Fenòmens periòdics	4
2.1. Moviment oscil·latori i moviment vibratori	4
3. Ones, el moviment ondulatori	5
3.1. Classificació de les ones	6
3.1.1. Ones longitudinals i ones transversals	6
3.1.2. Ones mecàniques i ones electromagnètiques	6
3.2. El so com a ona	6
3.2.1. To, timbre i intensitat	7
3.2.2. Anàlisi del so	7
3.3. Fenòmens ondulatoris	8
3.3.1. Difracció	9
3.3.2. Reflexió i refracció	9
3.3.3. Interferències	10
4. L'efecte Doppler	10
5. Aplicacions tecnològiques	11
5.1. Fonaments físics en el funcionament dels radars Doppler	12
6. Formalització de les equacions	12
6.1. Moviment Rectilini Uniforme (MRU)	13
6.1.1. Font i observador en la mateixa trajectòria	13
6.1.1.1. Observador en moviment	13
6.1.1.2. Font en moviment	14
6.1.1.3. Observador i font en moviment	15
6.1.2. Font i observador en diferents trajectòries	15
6.2. Moviment Circular Uniforme (MCU)	17
6.2.1. Freqüències màximes i mínimes	19
7. Comprovació experimental	20
7.1. Desenvolupament dels experiments	20
7.1.1. Experiment Moviment Rectilini Uniforme (MRU)	20
7.1.1.1. Descripció de la metodologia seguida	20
a. Plantejament inicial de l'experiment	20
b. Modificacions realitzades posteriorment	22
7.1.1.2. Anàlisi de les gravacions	23
7.1.2. Experiment Moviment Circular Uniforme (MCU)	24
7.2. Resultats i anàlisi de resultats	25
7.2.1. Experiment Moviment Rectilini Uniforme (MRU)	25
7.2.1.1. Sonogrames	25
a. Anàlisi dels sonogrames	25
b. Ajustos de l'anàlisi espectral	25
c. Observador en moviment	27
d. Font en moviment	29
e. Observador i font en moviment	31



7.2.1.2.	Taules de resultats	33
a.	Observador en moviment	34
b.	Font en moviment	35
c.	Observador i font en moviment	36
7.2.1.3.	Gràfics comparatius	37
a.	Observador en moviment	38
b.	Font en moviment	40
c.	Observador i font en moviment	42
7.2.1.4.	Desviacions	44
7.2.1.5.	Error relatiu	45
7.2.2.	Experiment Moviment Circular Uniforme (MCU)	47
7.2.2.1.	Taula de resultats i desviacions	47
7.2.2.2.	Sonogrames	48
7.2.2.3.	Gràfics comparatius	50
8.	Conclusions	52
9.	Agraïments	54
10.	Bibliografia	54



1. Introducció

A 4rt d'ESO vaig tenir la sort de poder participar en un programa científic anomenat Joves i Ciència, de CatalunyaCaixa que té l'objectiu de potenciar la vocació científica dels joves. Així que, durant l'estiu i en les estades científiques que organitza aquest programa, vaig tenir l'oportunitat d'experimentar amb el so. A l'acabar les estades, els participants han d'escriure un article científic, essencial per a poder seguir en el programa. Jo vaig escollir estudiar l'efecte Doppler.

Al cap d'un temps, quan havia de decidir quin tema triava pel treball de recerca, vaig pensar en fer un estudi més acurat de l'efecte Doppler per tal d'ampliar el meu article. Em vaig trobar amb molts problemes, la majoria dels quals no es veuen reflectits en aquest treball i que van dificultar i alentir la seva elaboració, encara que foren finalment superats.

L'objectiu principal del treball de recerca consisteix en comprovar l'existència de l'efecte Doppler en el so i la validesa de les seves equacions mitjançant experiments senzills de realitzar. A més a més, la realització d'aquest treball em permetrà endinsar-me en l'ús de tècniques i programes digitals d'anàlisi de so i entendre en profunditat les equacions que estudien l'efecte Doppler.

Per tal d'assolir els objectius mencionats anteriorment, se segueix la següent metodologia:

Primer, es realitza una introducció teòrica dels conceptes més bàsics necessaris per comprendre el treball. Tot seguit es determina i s'explica l'origen del fenomen.

A continuació es formalitza matemàticament l'efecte Doppler per dos casos: Moviment Circular Uniforme (MCU) i Moviment Rectilini Uniforme (MRU). En aquest últim cas, s'estudien les freqüències per l'observador en moviment, la font en moviment i l'observador i la font en moviment quan els dos cossos es troben en la mateixa trajectòria o en diferents trajectòries.

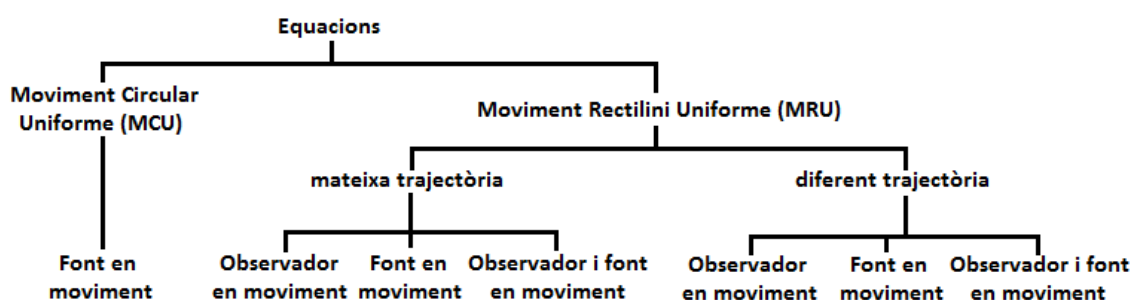


Fig. 1 – Esquema on s'explica com s'estructura l'apartat formalització d'equacions.

Posteriorment, es dissenyen, es duen a la pràctica i s'enregistren els experiments, les gravacions dels quals s'analitzen mitjançant sonogrames per obtenir els resultats freqüencials i així poder-los comparar amb els resultats de les equacions.



2. Fenòmens periòdics

Els fenòmens periòdics es donen a tot arreu. Els podem observar en el nostre cos mateix: en el batec del cor, en el timpà de l'orella quan rebem un so, en la laringe quan l'emetem, etc. O també en la Terra, en els seus moviments de rotació i de translació, i fins i tot, després d'un terratrèmol, la Terra continua vibrant a un ritme d'una oscil·lació per hora. Alguns altres fenòmens poden ser el moviment circular de les aspes d'un ventilador o l'oscil·lació d'un pèndol.

El que comparteixen tots aquests fenòmens es la periodicitat. És a dir, un moviment o desplaçament es repeteix uniformement al llarg del temps. Els esquemes d'oscil·lació poden ser complicats, com el senyal de la corrent d'un UPS, o també senzills, com els d'un diapasó.

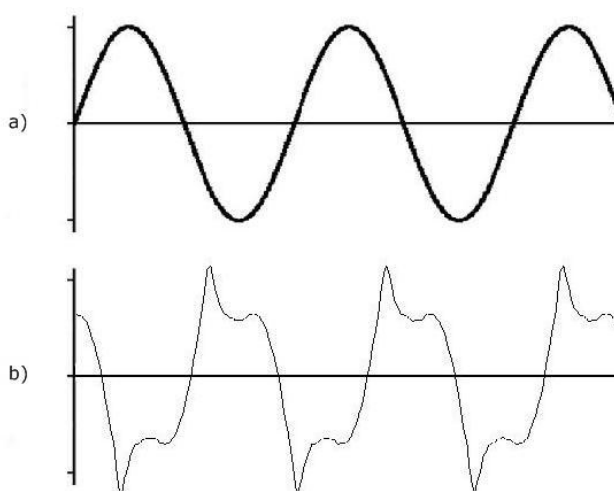


Fig. 2. a) Vibracions d'un diapasó. b) Senyal de la corrent d'un UPS (sistema d'alimentació ininterrompuda).

El desplaçament realitzat pel cos des d'un punt qualsevol fins que torna a passar per aquest punt es considerarà com a **oscil·lació o cicle**, i el temps que dura aquesta oscil·lació rebrà el nom de **període (T)**. A més a més, com que el moviment es repeteix un cop i un altre, es pot establir un factor que mesura aquesta repetició: la **frequència (f)**, que correspon al nombre d'oscil·lacions per unitat de temps. La unitat freqüencial del Sistema Internacional són els hertz (Hz), i correspon a una oscil·lació per segon.

Existeix una relació entre el període i la freqüència d'un moviment: són dues magnituds inverses.

$$T = \frac{1}{f}$$

Equació 1

2.1. Moviment oscil·latori i moviment vibratori

Els dos moviments són moviments periòdics. La diferència rau en la rapidesa de les oscil·lacions. Si les oscil·lacions són ràpides, l'anomenem moviment vibratori. Si no, moviment oscil·latori.



3. Ones, el moviment ondulatori

El **moviment ondulatori** consisteix en un moviment oscil·latori o vibratori que es propaga pel medi sense transport de matèria. Aquesta propagació o pertorbació s'anomena **ona**.

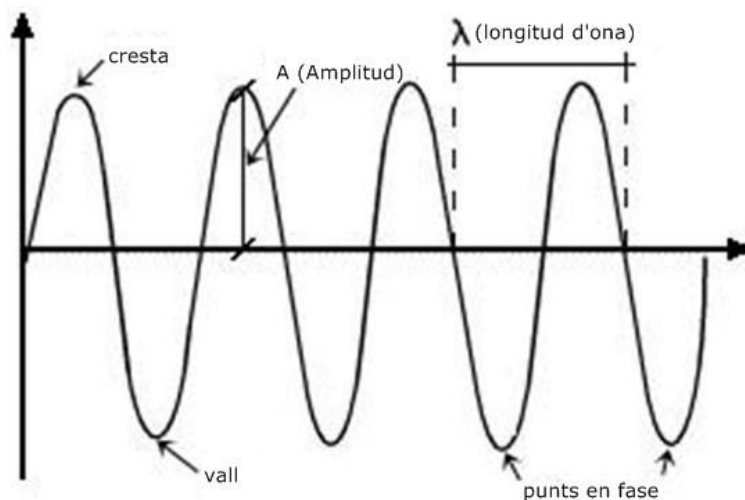


Fig. 3. Esquema d'una ona sonora amb la longitud d'ona, amplitud, i altres característiques.

En la Fig. 3, es representa gràficament una ona, on s'hi pot apreciar alguns elements propis d'aquestes pertorbacions. Les parts superiors del perfil de les ones s'anomenen **crestes**, mentre que les inferiors reben el nom de **valls**. A més a més, un altre concepte a conèixer és el concepte **punts en fase**. Diem que dos punts estan en fase quan dues partícules de l'ona es troben en el mateix estat d'oscil·lació.

L'ona, a part de per la freqüència i pel període, també està determinada per altres factors com la longitud d'ona (λ), o l'amplitud (A). Els conceptes esmentats en el paràgraf anterior ens ajudaran a definir aquests dos factors.

La **longitud d'ona** correspon a la distància entre dos punts consecutius que es troben en fase i, està directament relacionada amb la freqüència.

Si afirmem que la longitud d'ona (λ) és la distància que recorre una pertorbació al realitzar un cicle complet, el temps que tardarà a recórrer λ serà un període (T). D'aquesta forma, podrem establir la velocitat de propagació: $v = \lambda/T$. Com que la freqüència és la inversa del període ($f = 1/T$), la fórmula anterior també es podrà expressar de la manera següent:

$$v = \lambda \cdot f$$

Equació 2

En el cas de l'**amplitud**, aquesta és considerada com la màxima elongació que pot assolir la partícula mòbil.



3.1. Classificació de les ones

3.1.1. Ones longitudinals i ones transversals

La direcció de propagació de les **ones longitudinals** és la mateixa que la direcció de vibració de les seves partícules. En canvi, en les **ones transversals**, la direcció de vibració de les partícules del medi és perpendicular a la direcció de propagació de l'ona.

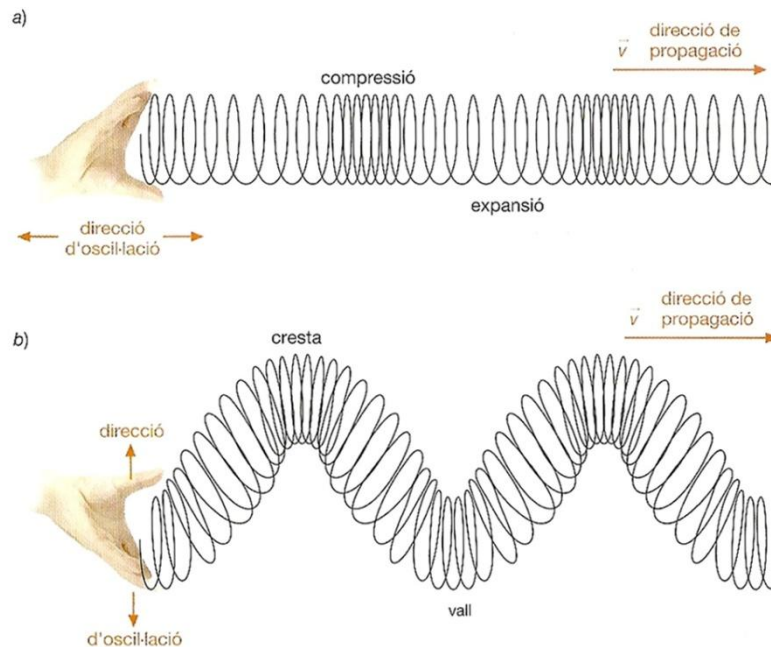


Fig. 4 – Imatge on es representa en una molla la propagació d'una ona longitudinal i en una altra molla, la propagació d'una ona transversal. (Mercadé i altres: 2009, p. 228).

3.1.2. Ones mecàniques i ones electromagnètiques

A les ones mecàniques, per exemple el so, els hi és indispensable un medi per tal de poder propagar-se. En canvi, les ones electromagnètiques no necessiten un medi, i per tant, es poden propagar en el buit. Un exemple d'aquest tipus d'ones és la llum, els raigs X, etc.

3.2. El so com a ona

"Els sons es produeixen per la vibració d'algun sistema (cordes i membranes en els instruments musicals, les cordes vocals en la parla humana, etc.), que es transmet a les molècules d'aire veïnes i produeixen una sèrie de dilatacions i contraccions locals en l'aire, és a dir, variacions locals del volum de gas, les quals es van transmetent longitudinalment a causa dels xocs entre molècules i a la seva agitació tèrmica. Per tant, podem considerar el so com una fluctuació local de la densitat de l'aire." (Mercadé i altres: 2009, p. 263).

El so, per tant, és una ona mecànica.



3.2.1. To, timbre i intensitat

Parlem primer del to i del timbre: el **to** és la freqüència fonamental d'un so complex, format per varis harmònics. Diem que un so és més agut quan el seu to o la freqüència del primer harmònic és alta, i que un so és greu quan el seu to és baix.

En canvi, el **timbre** d'un so és la gamma d'harmònics que té, l'espectre de freqüències. El timbre permet distingir un violí d'un clarinet, per exemple.

Un altre concepte recurrent en aquest treball és la **intensitat**. La intensitat és la quantitat d'energia E transmesa durant un període de temps Δt al llarg d'una superfície perpendicular de propagació S .

$$I = \frac{E}{S\Delta t}$$

Equació 3

La unitat de la intensitat en SI d'acord amb aquesta expressió correspon a W/m^2 .

No obstant, si tenim en compte la sensibilitat auditiva de l'oïda humana, es comprova que per sota del llindar d'audició (10^{-12} W/m^2 a 1000Hz) el so no és audible, i que per sobre el llindar de dolor (1 W/m^2 a 1000Hz) no el podem percebre sense que esdevingui dolorós.

Un cop s'obtenen els resultats, s'observa que són molt petits. Per expressar la intensitat d'una forma més senzilla, s'introdueix un nou concepte: el **nivell d'intensitat sonora B** .

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Equació 4

En l'expressió del nivell d'intensitat sonora, la I_0 funciona com a intensitat de referència – en aquest cas correspon al valor llindar 10^{-12} W/m^2 –, i la unitat del nivell d'intensitat sonora B és el decibel (dB). Per tant, expressat en decibels, el llindar d'audició serà 0 dB, i el llindar de dolor serà 120 dB.

3.2.2. Anàlisi del so

El so és una ona de pressió. És necessari un micròfon per a convertir la vibració produïda pel so en senyals elèctriques, i aquesta senyal elèctrica variable pot ser descodificada al seu torn en una representació gràfica de l'ona. A partir d'aquest moment, el so ja es pot considerar una funció matemàtica que pot ser tractada com a tal i desglossable en diferents freqüències simples mitjançant la Transformada de Fourier.

A l'hora de representar gràficament el so, es poden utilitzar diversos gràfics: oscil·logrames, espectrogrames o sonogrames. No obstant, cada gràfic recull i presenta la informació de forma diferent. Cal aprendre a distingir-los i a escollir el més adequat pel propòsit del treball.

En la imatge següent es pot observar clarament la diferència entre un sonograma, un espectrograma i un oscil·lograma:

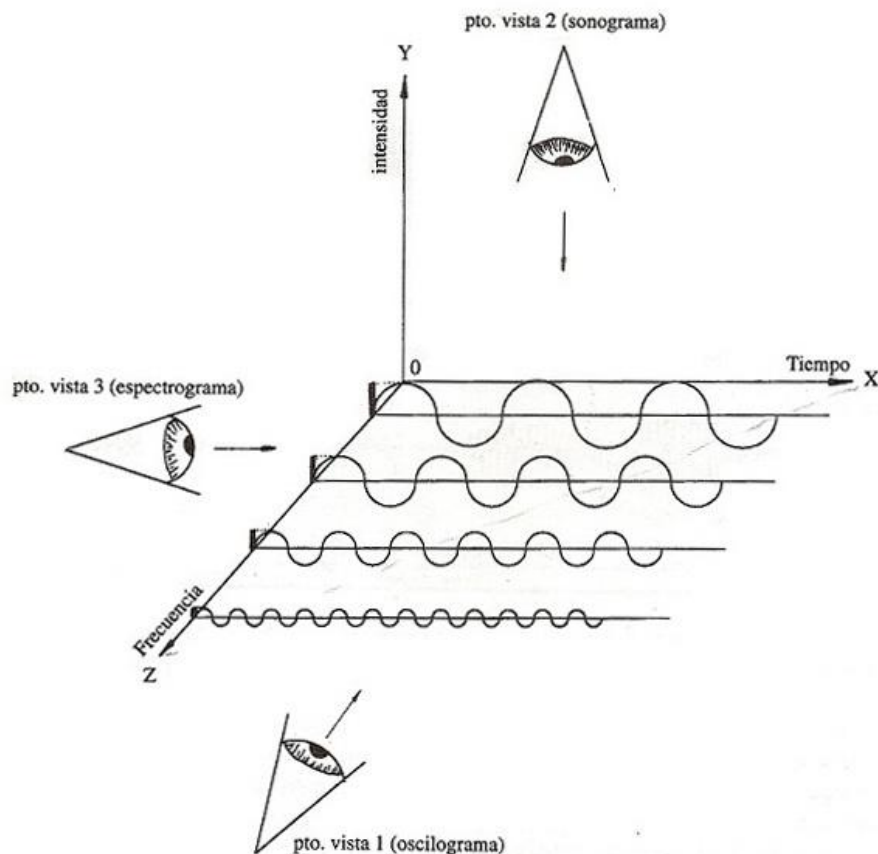


Fig. 5 – Representació tridimensional d'un so compost per quatre freqüències simples. (Rodríguez, 1998, p. 66)

En un oscil·lograma, “punt de vista 1”, s’observen les ones sonores des del pla X-Y. No es pot obtenir informació de la freqüència amb aquest gràfic, però sí de la intensitat, representada en l’eix d’ordenades, i del temps, en l’eix d’abscisses.

En un espectrograma, “punt de vista 3”, l’observador es situaria en front del pla Z-Y. L’eix d’ordenades correspondria a la intensitat, i l’eix d’abscisses a la freqüència. No s’hi pot apreciar el temps.

En el cas d’un sonograma, el “punt de vista 2”, s’observen les ones sonores des de dalt del pla X-Z. L’eix d’ordenades aporta la informació freqüencial i el temps transcorre sobre l’eix d’abscisses. La intensitat també s’hi veu representada mitjançant el grossor i el gradient de colors de les línies.

Finalment, després de conèixer cada gràfic, escollir l’adient serà més senzill. Al voler estudiar la variació de la freqüència respecte el temps, es decideix utilitzar el sonograma, ja que és un gràfic que ens presenta la freqüència i alhora el temps.

3.3. Fenòmens ondulatoris

En aquest apartat es presenten quatre fenòmens característics del moviment ondulatori com són la difracció, la reflexió, la refracció i les interferències. Aquesta introducció serveix per explicar el fenomen ondulatori en què es basa aquest treball de recerca: l’efecte Doppler.



3.3.1. Difracció

Quan una ona es propaga per un medi i en la seva direcció de transmissió es troba un objecte o escletxa de dimensions semblants o inferiors a la longitud d'ona, es produeix una distorsió del seu front.

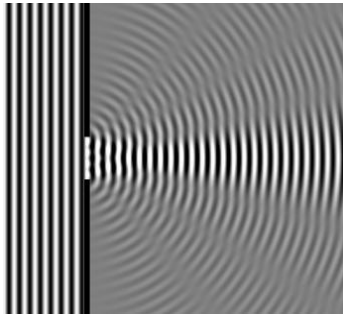


Fig. 6 – Difracció d'una ona al trobar-se una escletxa en la seva direcció de propagació.

http://2.bp.blogspot.com/_rFeg5Bx8hSs/SxR0SHw_4YI/AAAAAAAAA6s/UnQK-

Posem per cas la difracció per una escletxa. Una ona plana es troba un obstacle en el seu camí amb només una obertura de dimensions inferiors a la longitud d'ona. Quan la propagació de l'ona arriba a l'alçada d'aquesta escletxa, podem considerar que al ser tan petita, aquesta obertura actua com un nou focus emissor d'ones semiesfèriques secundàries. Al no haver-hi producció d'altres ones en altres punts ja que la ona sols pot continuar transmetent-se per aquesta escletxa, canvia la forma geomètrica del front d'ona, que esdevé semicircular.

3.3.2. Reflexió i refracció

La reflexió és el canvi de direcció d'una ona en la superfície de separació entre dos medis, de manera que retorna al medi on fou originada. Es pot comprovar que l'angle d'incidència sobre la superfície és igual a l'angle de reflexió: $\theta_1 = \theta_2$, i que el raig incident, el raig reflectit i la normal estan en un mateix pla.

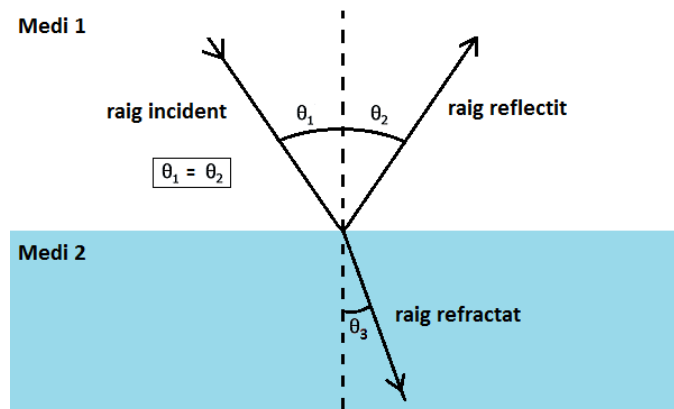


Fig. 7 – Esquema que representa la reflexió i la refracció d'una ona al trobar-se amb una superfície de separació entre dos medis.

En la refracció, l'ona incident canvia la seva direcció de transmissió perquè penetra en un altre medi i conseqüentment, canvia la seva velocitat de propagació. La relació entre les velocitats i els angles d'incidència i de refracció es coneix com la llei de Snell:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_3} = \frac{V_1}{V_2}$$

Equació 5



3.3.3. Interferències

El fenomen d'interferència es produeix quan dues ones coherents coincideixen en una mateixa regió de l'espai en un mateix temps i generen una ona resultant de característiques diferents.

Es consideraran dos casos: interferències constructives i destructives.

En les interferències constructives, l'amplitud resultant de les ones és màxima. Es dona en aquells punts on coincideixen dues crestes o dues valls.

En les interferències destructives, es superposen dues ones desfasades 180° . Aquestes ones s'anul·len entre si quan coincideix una cresta amb una vall.

En altres ocasions, la interferència és parcialment constructiva, és a dir, ni l'amplitud resultant és màxima ni s'anul·la.

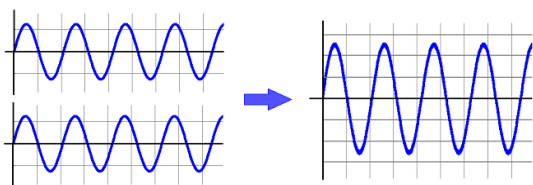


Fig. 9 – Representació de com de dues ones coherents amb la mateixa constant de fase s'obté una ona amb amplitud màxima.

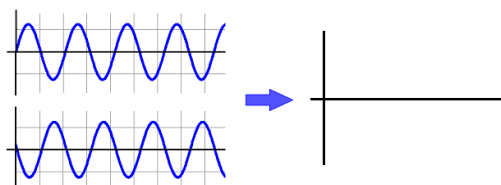


Fig. 8 - Representació de com de dues ones coherents amb una constant de fase oposada s'obté una ona amb amplitud nul·la.

4. L'efecte Doppler

Qui no ha sentit mai el canvi en el to de la sirena d'una ambulància quan aquesta et passa per davant?

Quan l'ambulància se t'apropa, el to que perceps és agut. En canvi, quan et sobrepassa, captes una baixada en el to. Aquest fenomen s'anomena efecte Doppler, i el trobem en ones sonores i en ones electromagnètiques. L'efecte Doppler és enunciat com la variació entre la freqüència emesa per la font i la captada per l'observador, causada pel moviment relatiu entre font i observador.

L'efecte Doppler fou descobert el 1842 per Christian Johann Doppler (1803-1853), professor de física i de matemàtiques austríac. No obstant, també fou descobert independentment per Hippolyte Fizeau sis anys més tard, per la qual cosa, l'efecte Doppler també és conegut com efecte Doppler-Fizeau.

S'observa en ones de tots tipus. En les ones electromagnètiques, per exemple, ens trobem que, quan la font lluminosa s'aproxima a l'observador, la llum es desplaça cap a la part blava de l'espectre, en canvi, quan s'allunyen un de l'altre, la freqüència de l'ona es desplaça cap a la part vermella de l'espectre.

Actualment, l'efecte Doppler és un fenomen relativament conegut i normalitzat. Se'n coneixen diverses aplicacions, com per exemple en els radars i en les alarmes. També és un dels factors



L'efecte Doppler en el so

que sostenen la teoria de l'expansió de l'Univers: la llum de les galàxies es desplaça cap a la zona vermella de l'espectre, indicant que les galàxies s'estan allunyant de nosaltres.

El cas més simple on s'observa aquest efecte és el de l'observador en moviment. Quan l'observador està en un moviment relatiu respecte a la font, la velocitat aparent de les ones no és v (la velocitat pròpia del so), sinó la velocitat de les ones relativa a l'observador: $V_o + v$.

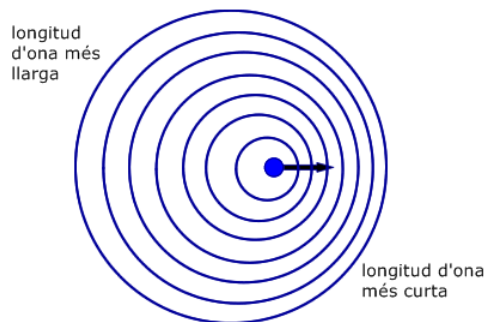


Fig. 10 – Fronts d'ona produïts per una font movent-se a una velocitat inferior a la del so.

(http://www.school-for-champions.com/science/sound_faster.htm)

En canvi, si una font sonora o que emet una radiació electromagnètica es mou respecte a un observador, no canvia la velocitat aparent del so, sinó la seva longitud d'ona, és a dir, els fronts d'ona originats per l'emissor són diferents dels rebuts per l'observador. Quan les ones viatgen en el mateix sentit que el focus emissor, l'observador rep els fronts d'ona comprimits. En canvi, quan les ones són transmeses en el sentit oposat al que duu la font, la distància entre els fronts d'ona serà més gran.

Per tant, quan la font s'apropa a l'observador o viceversa, la freqüència percebuda per l'observador és més alta que la freqüència emesa per la font, i decreix a mesura que els dos cossos s'apropen. Quan la font i l'observador estan més pròxims, la freqüència observada correspon a la freqüència emesa per la font, i aquesta decreix a valors inferiors quan els dos objectes s'allunyen un de l'altre.

5. Aplicacions tecnològiques

L'efecte Doppler té moltes aplicacions de caire tecnològic, com per exemple en les alarmes o els radars. En el cas de les alarmes, aquest fenomen és la base de diversos sistemes, com els sensors de moviment per microones o els sensors d'ultrasons, que tenen un funcionament molt semblant als radars. Els radars són aparells que mitjançant l'emissió d'ones de radio permeten detectar objectes no visibles i quantificar la distància respecte nosaltres. En els radars que es basen en l'efecte Doppler, a més a més, es calcula la velocitat del cos.

Hi han dos tipus de radars: els radars de pulsos – que permeten conèixer la distància respecte l'objecte –, i els radars d'ona contínua, que es subdivideixen en radars FM (freqüència modulada) i radars Doppler. Amb els radars Doppler podem saber la velocitat de l'objecte, en canvi, els radars FM ens permeten esbrinar tant la distància com la velocitat que porta l'objecte.

L'efecte Doppler té aplicacions mèdiques – ens permet conèixer la velocitat de desplaçament d'un teixit o d'un fluid corporal –, i també el trobem en la cosmologia. L'observació d'aquest fenomen en les galàxies (la llum que ens arriba de les galàxies està desplaçada cap a la part vermella de l'espectre), sosté la teoria de l'expansió de l'Univers, i esdevé una eina molt útil per conèixer la velocitat amb que es mouen les estrelles – i per tant la velocitat d'expansió de l'univers – si s'observa el desplaçament de la freqüència en l'espectre electromagnètic.



5.1. Fonaments físics en el funcionament dels radars Doppler

Si el cos sobre el qual incideix l'ona – que es transmet a la velocitat del so (v) – es mou a velocitat constant (V_o) cap al radar, aquest cos actuarà com a observador mòbil. Això farà que les molècules del seu cos comencin a oscil·lar a la freqüència detectada, que haurà canviat respecte a la freqüència emesa inicialment, i que correspondrà al valor obtingut a partir de l'equació de la freqüència en el cas de l'observador en moviment.

$$f'_o = f \left(1 + \frac{V_o}{v} \right)$$

Equació 6

No obstant, aquest observador mòbil també actuarà alhora de font, reflectint l'ona a una freqüència igual a la freqüència emesa per una font en moviment (f'').

$$f''_f = f' \left(\frac{1}{1 - \frac{V_f}{v}} \right)$$

Equació 7

A més, s'ha de tenir en compte que, al ser la font i l'observador el mateix cos, $V_f = V_o$.

D'aquí es dedueix que:

$$f'' = f \left(\frac{v + V_o}{v - V_o} \right)$$

Equació 8

El motiu pel qual el signe del numerador de l'equació és positiu i el signe del denominador és negatiu és degut a que la velocitat del vehicle es mesura quan aquest s'apropa al radar, no quan s'allunya.

Llavors, comparant la freqüència original i la percebuda, es coneix la velocitat del cos.

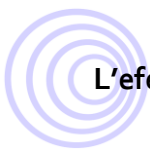
Les equacions 6, 7 i 8 presentades anteriorment són formalitzades matemàticament en el següent apartat.

6. Formalització de les equacions

En els apartats que segueixen es formalitza l'efecte Doppler en el MRU (Moviment Rectilini Uniforme) i en el MCU (Moviment Circular Uniforme).

En el cas del MRU es formalitza matemàticament l'efecte Doppler per dues situacions: quan la font i l'observador es troben en la mateixa trajectòria o quan estan en diferents trajectòries.

En el cas del MCU es deriven les equacions per la situació més comú: la font dóna voltes i l'observador capta l'ona des d'un punt fora la trajectòria de la font.



L'efecte Doppler en el so

Les situacions que s'han analitzat a continuació són casos simples i comuns en la vida diària, per exemple en el trànsit rodat.

No s'ha considerat que la V_o o la V_f pugui ser major a la velocitat del so v .

6.1. Moviment Rectilini Uniforme (MRU)

6.1.1. Font i observador en la mateixa trajectòria

6.1.1.1. Observador en moviment

Quan l'observador es mou cap a la font estàtica a velocitat constant (V_o), es produeix un augment aparent en la velocitat del so (v) ja que la velocitat de les ones no és v , sinó la velocitat de les ones respecte a l'observador $v' = V_o + v$. La longitud d'ona no varia (λ), i es considera la freqüència com a f . Utilitzant la següent equació:

$$v = f \cdot \lambda$$

Equació 9

s'arriba a la conclusió de que la freqüència captada per l'observador apropant-se a la font correspon a

$$f'_o = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + V_o}{\lambda} = f + \frac{V_o}{v/f} = f + f \frac{V_o}{v} = f \left(1 + \frac{V_o}{v} \right)$$

Equació 10

No obstant, quan l'observador s'allunya de la font:

$$f'_o = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v - V_o}{\lambda} = f \left(1 - \frac{V_o}{v} \right)$$

Equació 11

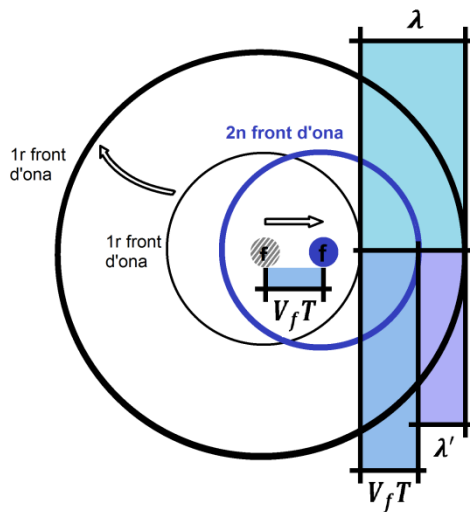
Per tant, es poden expressar aquestes dues equacions com

$$f'_o = f \left(1 \pm \frac{V_o}{v} \right)$$

Equació 12



6.1.1.2. Font en moviment



Si la font s'apropa cap a un observador a V_f constant, el moviment produeix que els fronts d'ona que s'apropen a l'observador estiguin més pròxims els uns amb els altres. Per tant, la longitud d'ona captada per l'observador és inferior a l'emesa per la font, $\lambda' < \lambda$. També s'observa que l' $\Delta\lambda$ d'un període concret correspon a la distància recorreguda per la font en el mateix període ($V_f T$), ja que V_f és constant.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$$

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - V_f T = \lambda - \frac{V_f}{f}$$

Equació 13

Per tant, coneixent aquesta relació, es pot determinar la freqüència percebuda per l'observador quan la font se li apropa:

$$f'_f = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{V_f}{f}} = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{V_f}{f}} = f \left(\frac{v}{v - V_f} \right) = f \left(\frac{1}{1 - \frac{V_f}{v}} \right)$$

Equació 14

O quan se n'allunya:

$$f'_f = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda + \frac{V_f}{f}} = f \left(\frac{v}{v + V_f} \right) = f \left(\frac{1}{1 + \frac{V_f}{v}} \right)$$

Equació 15

I si es combinen les dues fórmules anteriors, s'obté:

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{V_f}{v}} \right)$$

Equació 16

A afegir, que és interessant observar que si un objecte s'apropa a un altre, la freqüència percebuda no és la mateixa si és la font la que es mou o és l'observador.



6.1.1.3. Observador i font en moviment

Quan l'observador i la font estan els dos en moviment rectilini uniforme, s'han de tenir en compte tant l'equació de l'observador en moviment com la de la font en moviment:

$$f'_o = f \left(1 \pm \frac{V_o}{v} \right) = f \left(\frac{v \pm V_o}{v} \right)$$

Equació 17

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{V_f}{v}} \right) = f \left(\frac{v}{v \mp V_f} \right)$$

Equació 18

Aquestes dues equacions poden ser presentades en una sola, que correspondrà a l'equació de la freqüència de la font i l'observador en moviment.

$$f' = f \left(\frac{v \pm V_o}{v \mp V_f} \right)$$

Equació 19

6.1.2. Font i observador en diferents trajectòries

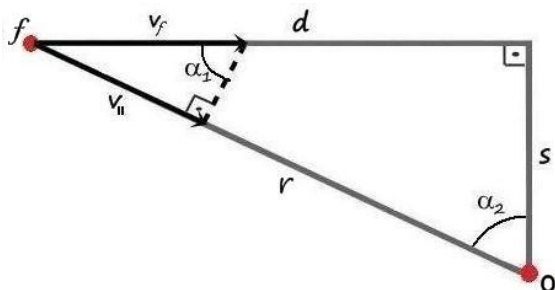


Fig. 11 – Esquema de la situació per la font movent-se cap a l'observador en diferents trajectòries.

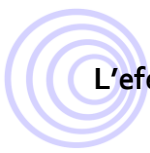
Si es dona el cas en què l'observador no està sobre la trajectòria que segueix la font, les equacions formalitzades matemàticament en l'apartat anterior ja no tenen validesa.

En el cas d'un observador quiet sobre una trajectòria diferent a la de la font, la velocitat que es considera en l'equació de la freqüència no és la velocitat que duu la font, sinó la component de la velocitat de la font en la direcció de l'observador. Aquesta nova variable rep el nom de velocitat aparent (V_{\parallel}).

Si s'observa la situació, un s'adona en que el triangle petit és proporcional al triangle gran, i que $\alpha_1 = \alpha_2$. Per tant, si

$$\sin \alpha_1 = \frac{V_{\parallel}}{V_f} \quad i \quad \sin \alpha_2 = \frac{d}{\sqrt{s^2 + d^2}}$$

Equació 20



L'efecte Doppler en el so

i com que $\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2$

s'obté l'equació:

$$\frac{V_{\parallel}}{V_f} = \frac{d}{\sqrt{s^2 + d^2}}$$

Equació 21

que substituïrem a l'equació de la font en moviment, on $V_f = V_{\parallel}$.

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 \mp V_f/v} \right) = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{d \cdot V_f}{\sqrt{s^2 + d^2}/v}} \right) = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{d \cdot V_f}{v \sqrt{s^2 + d^2}}} \right)$$

Equació 22

o, en el seu cas, a la de l'observador en moviment per $V_o = V_{\parallel}$.

$$f'_o = f \left(1 \pm \frac{V_o}{v} \right) = f \left(1 \pm \frac{\frac{d \cdot V_o}{\sqrt{s^2 + d^2}}}{v} \right) = f \left(1 \pm \frac{d \cdot V_o}{v \sqrt{s^2 + d^2}} \right)$$

Equació 23

Finalment, aquestes dues últimes equacions:

$$f'_o = f \left(1 \pm \frac{\frac{d \cdot V_o}{\sqrt{s^2 + d^2}}}{v} \right) = f \left(\frac{v \pm \frac{d \cdot V_o}{\sqrt{s^2 + d^2}}}{v} \right)$$

Equació 24

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{d \cdot V_f}{\sqrt{s^2 + d^2}/v}} \right) = f \left(\frac{v}{v \mp \frac{d \cdot V_f}{\sqrt{s^2 + d^2}}} \right)$$

Equació 25



es condensen en una, l'equació de la font i l'observador en moviment:

$$f' = f \left(\frac{v \pm \frac{d \cdot V_o}{\sqrt{s^2 + d^2}}}{v \mp \frac{d \cdot V_f}{\sqrt{s^2 + d^2}}} \right)$$

Equació 26

6.2. Moviment Circular Uniforme (MCU)

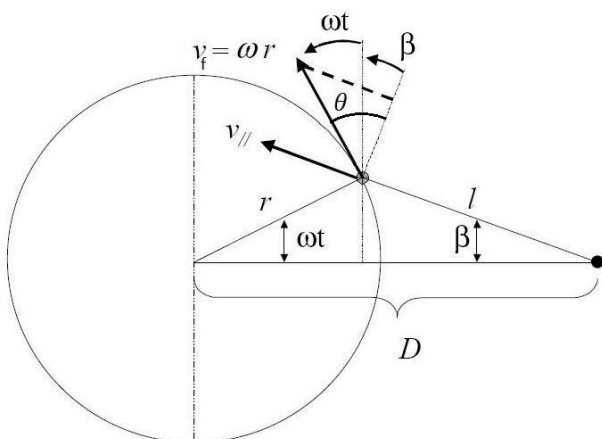


Fig. 13 – Diagrama de una font sonora en MCU.

http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_ondas/el_efecto_Doppler2k6.pdf

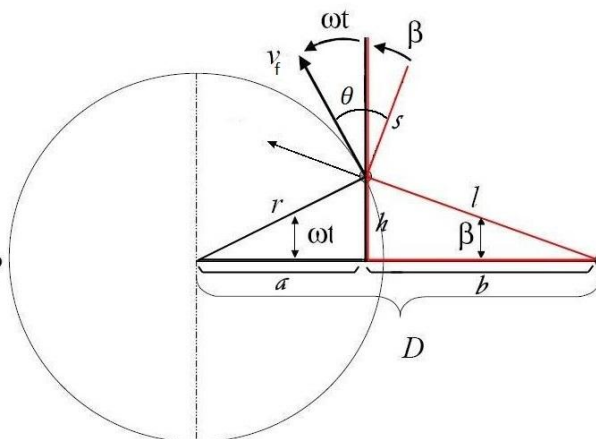


Fig. 12 - Esquema de la situació de la font en MCU.

La font gira a velocitat angular constant ω i traça una trajectòria circular de radi r . Considerant la posició de l'observador a una distància D del centre de la circumferència, per analitzar l'efecte Doppler s'ha de tenir en compte, al igual que en els apartats anteriors, la component de la velocitat de la font ($V_{||}$) paral·lela a la direcció font-observador.

Si s'observa la figura 13, es veu que com $h \perp a$ i $v_f \perp r$, i que $h \perp b$ i $s \perp l$, l'angle $\theta = \omega t + \beta$.

Per tant, si un es guia mitjançant la figura 12, s'adona que

$$V_{||} = \mp V_f \sin(\omega t + \beta)$$

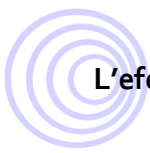
Equació 27

$$\text{Si: } \sin(\omega t + \beta) = \sin \omega t \cos \beta + \cos \omega t \sin \beta = \frac{h}{r} \cdot \frac{b}{l} + \frac{a}{r} \cdot \frac{h}{l} = \frac{h}{r} \left(\frac{b}{l} + \frac{a}{l} \right) = \frac{h}{r} \cdot \frac{D}{l} = \sin(\omega t) \frac{D}{l}$$

L'equació 27 s'expressa com:

$$V_{||} = \mp V_f \sin(\omega t) \frac{D}{l}$$

Equació 28



L'efecte Doppler en el so

Tanmateix, com que $r^2 = h^2 + a^2 = h^2 + (r \cdot \cos \omega t)^2$

l^2 serà:

$$\begin{aligned} l^2 &= h^2 + b^2 = h^2 + (D - r \cdot \cos \omega t)^2 = h^2 + D^2 - 2Dr \cdot \cos \omega t + (r \cdot \cos \omega t)^2 \\ &= h^2 + D^2 - 2Dr \cdot \cos \omega t + r^2 - h^2 = D^2 - 2Dr \cdot \cos \omega t + r^2 \end{aligned}$$

Equació 29

I per tant,

$$l^2 = D^2 - 2Dr \cdot \cos \omega t + r^2$$

Equació 30

Llavors, multiplicant l'equació 30 per $\frac{1}{D^2}$ i considerant que $\frac{r}{D} = \alpha$, s'obté:

$$\frac{l^2}{D^2} = 1 - \frac{2Dr \cdot \cos \omega t}{D^2} + \frac{r^2}{D^2}$$

Equació 31

$$\frac{l}{D} = \sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \omega t}$$

Equació 32

Per tant, si es té en compte l'equació 28 de la component de la velocitat $v_{\parallel} = \mp V_f \sin(\omega t) \frac{D}{l}$, fent la inversa de l'expressió 32:

$$\frac{D}{l} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \omega t}}$$

Equació 33

i substituint-ho a l'equació 28, s'obté:

$$V_{\parallel} = \mp V_f \sin(\omega t) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \omega t}}$$

Equació 34

Finalment, per poder conèixer la freqüència en un punt determinat, es recorre a l'equació de la freqüència de la font en moviment.

$$f' = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{V_f}{v}} \right) = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{V_{\parallel}}{v}} \right)$$

Equació 35

No obstant, per a simplificar aquesta igualtat, es realitza una aproximació considerant que generalment, la $V_{\parallel} \ll v$.



$$f' = f \left(\frac{1}{1 \mp V_{\parallel}/v} \right) \cong f \left(1 \mp \frac{V_{\parallel}}{v} \right)$$

Equació 36

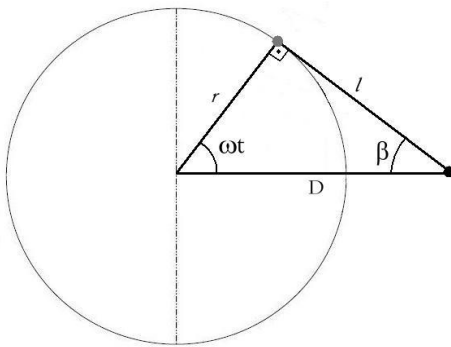
Finalment, si es substitueix l'equació 34 a l'equació 36, s'obté:

$$f'_f = f \left(1 \mp V_f \sin(\omega t) \cdot \frac{1}{v \sqrt{1 + \alpha^2 - 2 \alpha \cos \omega t}} \right)$$

Equació 37

Finalment, sols comentar que si l'observador es situa al mig de l'esfera, i la font sempre manté una distància constant respecte l'observador, no hi haurà efecte Doppler. I també, s'ha de precisar que quan l'observador és una persona, la freqüència que capta no és exactament igual a una orel·la que a l'altra.

6.2.1. Freqüències màximes i mínimes



Quan la freqüència és màxima o mínima, la V_{\parallel} també és màxima o mínima. Aquest cas es dona per $\sin(\omega t + \beta) = \pm 1$, és a dir, quan $(\omega t + \beta) = 90^\circ$.

Per tant, es treballa amb l'expressió anterior per obtenir l'equació de la freqüència màxima i mínima:

$$\sin(\omega t + \beta) = \sin(\omega t) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2 \alpha \cos \omega t}}$$

Equació 38

Fig. 14 – Representació de la situació en la qual la font emet una freqüència màxima o mínima.

Pel cas exposat anteriorment, en les freqüències màximes i mínimes, r és perpendicular a l , i per tant

$$\cos(\omega t) = \frac{r}{D} = \alpha$$

$$\sin(\omega t) = \frac{l}{D}$$

$$\begin{aligned} \sin(\omega t) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2 \alpha \cos \omega t}} &= \frac{l}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2 \alpha \cdot \alpha}} = \frac{l}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2 \alpha^2}} = \frac{l}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \\ &= \frac{\sqrt{D^2 - r^2}}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} = \sqrt{\frac{D^2 - r^2}{D^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} = \sqrt{\frac{D^2 - r^2}{D^2} \cdot \frac{1}{1 - \alpha^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{r^2}{D^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} = \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} = 1 \end{aligned}$$

Equació 39



L'efecte Doppler en el so

És a dir, que per a una freqüència màxima o mínima,

$$\sin(\omega t) \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \omega t}} = 1$$

Equació 40

Per tant, en aquest instant concret,

$$V_{\parallel} = \mp V_f$$

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 \mp V_f/v} \right)$$

Equació 41

A observar, que aquest resultat coincideix amb l'expressió anteriorment derivada de la font desplaçant-se a MRU.

7. Comprovació experimental

Aquesta part consisteix en la realització de 4 experiments. En cadascuna de les experiències, que responen a situacions diferents, es procedeix a la gravació i anàlisi posterior del so emès per una font.

En aquestes experiències, s'utilitza com a font sonora la botzina d'un cotxe i un mòbil en l'estudi de l'efecte Doppler en els casos MRU i MCU, respectivament. S'enregistra el so amb un ordinador portàtil. Posteriorment amb un programa d'edició i anàlisi de so, s'analitza l'espectre de l'ona sonora enregistrada per determinar la freqüència percebuda.

7.1. Desenvolupament dels experiments

7.1.1. Experiment Moviment Rectilini Uniforme (MRU)

7.1.1.1. Descripció de la metodologia seguida

a. Plantejament inicial de l'experiment

S'utilitzen dos cotxes, que actuen com a font i observador. Es mouen a velocitat constant i moviment rectilini.

El primer pas és dur a terme un estudi de l'ona sonora emesa per la botzina del cotxe-font estacionari. En l'espectrograma es pot apreciar que la botzina del cotxe emet varis harmònics (p.e. a 433Hz, 1290Hz, 1532Hz...), dels quals només se n'utilitza un: el de 1532Hz.



L'efecte Doppler en el so

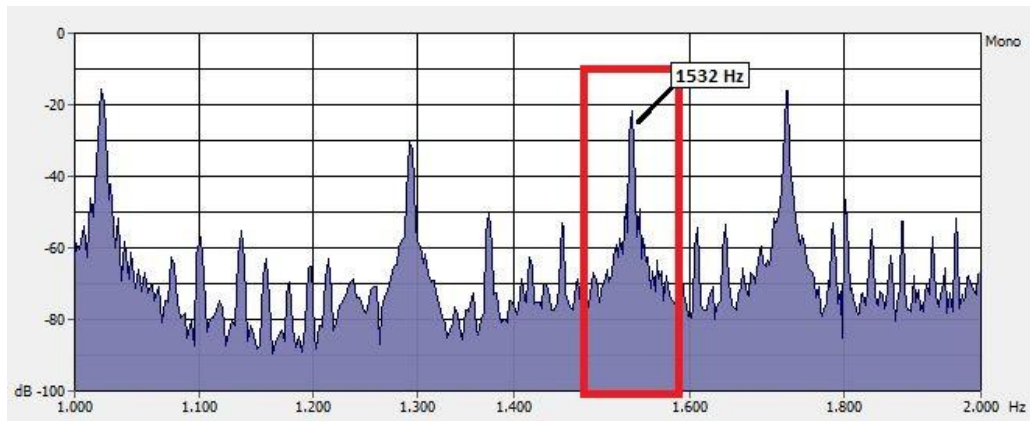


Fig. 15 - Espectrograma de la botzina amb el cotxe parat.

No es pot realitzar l'experiment de la font i l'observador en la mateixa trajectòria ja que els dos cotxes utilitzats en l'experiment xocarien. Per tant, ens concentrem en els experiments en què la font i l'observador estan en diferents trajectòries. Aquests tres experiments corresponen a la font en moviment, l'observador en moviment i a la font i l'observador en moviment, que podem observar en les figures següents:

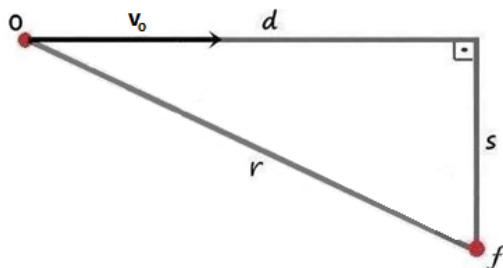


Fig. 16 - Esquema de com l'observador s'apropa a la font en diferent trajectòria.

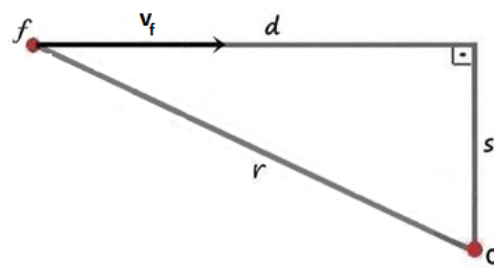


Fig. 17 - Esquema de la situació. La font s'apropa amb MRU a l'observador en diferent trajectòria

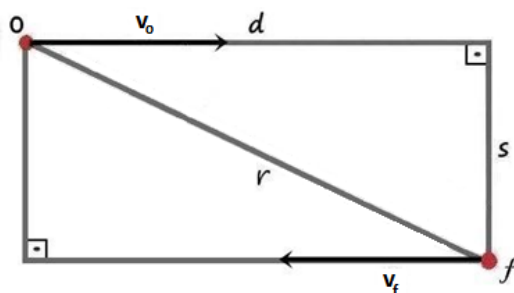


Fig. 18 - Esquema de la situació. La font i l'observador es mouen a MRU, apropant-se l'un a l'altre en una trajectòria diferent.

Els tres experiments es duen a terme variant la velocitat dels cotxes i la distància d . La velocitat pren els següents valors: 30km/h, 40km/h, i 50km/h, i la distància d és 50m i 100m. En tots els casos $s = 3$ m.

Les velocitats són constants en tot moment gràcies a un limitador de velocitat integrat en el mateix vehicle, però que només permet mantenir-la constant per a velocitats múltiples de 10.

La gravació s'ha realitzat en un polígon industrial en construcció. Els avantatges de gravar en aquesta localització són varis: s'eviten sorolls externs que podrien interferir en la gravació, es disposa d'un carril molt llarg (característica necessària per poder adquirir tranquil·lament la



Fig. 19 – Fotografia del polígon industrial on es van realitzar les gravacions.

velocitat exigida), totalment recte, i molt poc transitat, on els cotxes poden circular tranquil·lament sense preocupar-se pel tràfic, pels vianants, etc.

En la gravació, s'utilitza un ordinador portàtil amb el micròfon ja integrat de fàbrica i el programa Sound Forge Pro 10.

b. Modificacions realitzades posteriorment

Després d'haver realitzat les 90 gravacions pertinents, s'observà en el transcurs del seu anàlisis que, en alguns casos per l'observador i la font en moviment i especialment per la font en moviment, existia una gran desviació entre els resultats dels sonogrames i els de les equacions. En els pitjors dels casos, les desviacions podien ballar al voltant de 20Hz.

En algunes gravacions, el problema es va minimitzar substancialment al tornar a gravar-les. No obstant, en les gravacions de la font en moviment l'error va persistir.

Es proposaren diverses causes que poguessin provocar aquestes desviacions. Entre les nombroses causes que es van valorar, es troben:

- El vent. Es va descartar perquè el problema persistia fins i tot en les gravacions realitzades en dies de calma.
- La velocitat que indica el marcador. Amb un GPS es comprovà que per les velocitats en km/h de 30, 40, i 50 indicades en el marcador de velocitat, el GPS senyalava: 27, 37 i 47. És a dir, hi havia un error de 3km/h aproximadament. Es decidí considerar la referència del GPS com a vàlida i introduir a les equacions la velocitat indicada pel GPS enlloc de la indicada pel cotxe. D'aquesta forma, s'aconseguí que tots els resultats de les equacions en general concordessin molt més amb els resultats enregistrats.
- L'estabilitat de la tarja de so interna de l'ordinador. Les gravacions amb resultats no satisfactoris es van tornar a enregistrar mitjançant una gravadora exterior ICD-P320 de la casa SONY. No obstant, i a pesar de no haver utilitzat un ordinador en la gravació, els resultats indicats pels sonogrames no van experimentar una millora.

Al final, només s'introdueix la següent modificació: les gravacions s'enregistren per les velocitats 30, 40 i 50 (km/h) que indica el marcador de velocitat del cotxe, però a les equacions s'introdueix 27, 37, i 47 (km/h), ja que a pesar del que estigui indicat en el marcador del cotxe, el cotxe per 30, 40 i 50 (km/h) en realitat porta una velocitat de 27, 37 i 47 (km/h). És a dir, que es decideix considerar com a vàlida la velocitat indicada pel GPS i no la indicada pel velocímetre del cotxe.

Aquesta decisió es prengué després d'haver realitzat un treball d'investigació per Internet. En els articles llegits, es considera que tan el velocímetre del cotxe com el GPS tenen errors, però que aquest últim els té en menys mesura. Sobretot, la precisió del GPS és especialment



acurada quan la trajectòria del cos és rectilínia i quan la recepció del GPS és òptima (és a dir, quan el GPS rep senyal des de 3 o més satèl·lits diferents, com és el cas d'aquest treball). En canvi, el velocímetre del cotxe està subjecte a errors com les variacions en el diàmetre de la roda o les relacions de transmissió i/o direcció. A més a més, els fabricants de vehicles, normalment calibren els velocímetres a una velocitat superior a la que el cotxe realment es desplaça, per tal d'evitar que mai la velocitat indicada pugui ser inferior a la real i per tant, induir al conductor a una violació involuntària dels límits de velocitat. L'error del velocímetre pot arribar a una tolerància d'un 7-10%.

Finalment, i després d'haver repetit els experiments diverses vegades, els resultats pràctics indicats pels sonogrames van acabar adequant-se als resultats teòrics de les equacions. No obstant, el motiu pel qual aquest fet succeí m'és totalment desconegut, malgrat els meus esforços per descobrir-lo.

7.1.1.2. Anàlisi de les gravacions

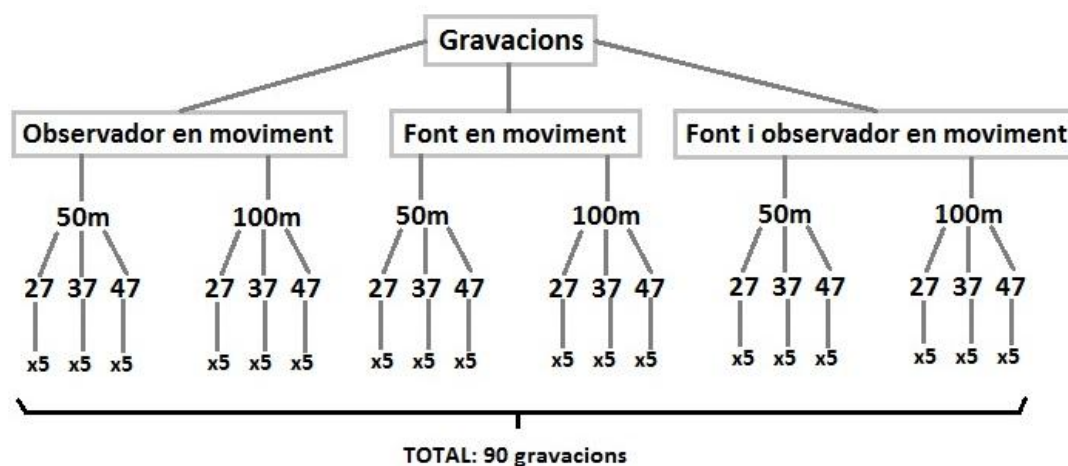


Fig. 20 – Esquema classificatori de les gravacions realitzades.

En total s'han enregistrat 90 gravacions. 5 gravacions per cada velocitat, ja que així es pot calcular la mitjana aritmètica dels valors freqüencials que s'obtenen i presentar un resultat més exacte.

Per a l'estudi de les gravacions s'utilitza el programa d'edició de so Sound Forge Pro 10. Es desenvolupen els sonogrames de cada gravació i s'analitzen les freqüències dels mòbils apropant-se i dels mòbils allunyant-se. Tots els resultats s'entren en unes taules.

També es calcula l'error relatiu que s'observa en les 5 gravacions per cada velocitat i la desviació, percentatge de la diferència entre els resultats experimentals i el resultats que s'extreuen de les equacions. Aquestes dades recollides són presentades en diferents gràfics de barres.

El següent pas és presentar, per a cada gravació, la funció matemàtica en una mateixa gràfica amb el seu sonograma, i així poder comparar. No obstant, cal recordar que el sonograma és un gràfic on la freqüència (Hz) està en funció del temps (s) i les equacions derivades estan en funció de la distància d . Per tant, s'han de modificar lleugerament les equacions per tal de



L'efecte Doppler en el so

deixar-les en funció del temps. Tot seguit, la funció s'introdueix al programa GeoGebra, que la representa.

Lavors, per traçar la corba dels resultats pràctics s'entren al GeoGebra quatre punts representatius del sonograma que ens indiquen per on ha de passar aquesta corba "pràctica".

7.1.2. Experiment Moviment Circular Uniforme (MCU)

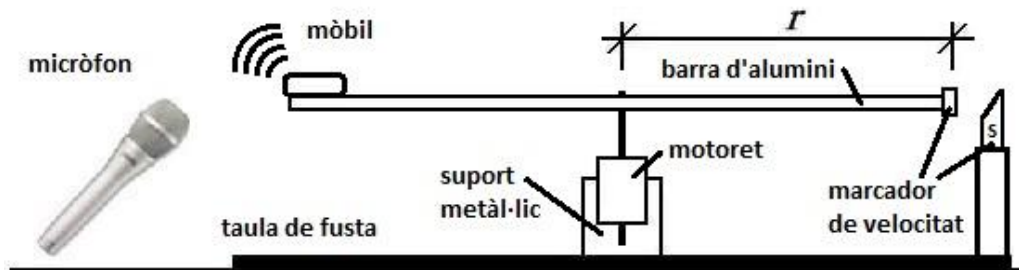


Fig. 21 – Dibuix esquemàtic de la maqueta construïda per estudiar la freqüència emesa per la font rodant a MCU.

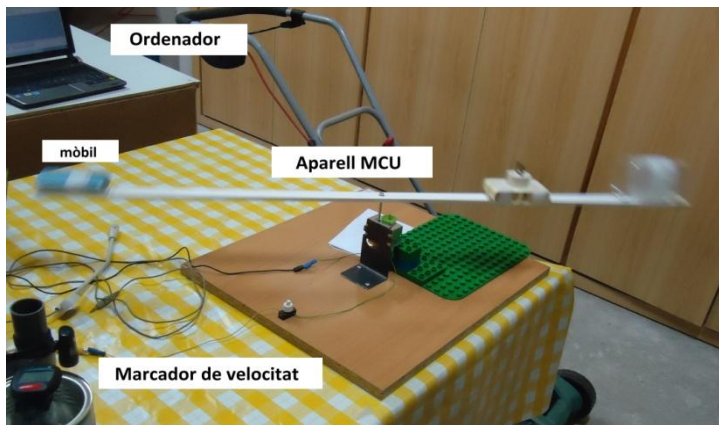


Fig. 22 – Fotografia presa durant el transcurs de l'experiment. Etiquetats alguns dels elements que s'utilitzen en la gravació i que apareixen en la imatge.

En el cas de l'experiència del MCU s'utilitza una maqueta per així poder controlar millor les condicions de l'experiment, ja que realitzar aquesta experiència seguint el model de les anteriors seria molt complicat.

Per dur a terme aquesta pràctica es disposa d'una barra d'alumini de llargada 1m, que es fixa pel seu punt mig a l'extrem de l'eix d'un motoret elèctric.

La barra d'alumini està

col·locada horitzontalment i el motoret verticalment. El conjunt se sosté mitjançant un suport metàl·lic que es colla a una base de fusta.

En un extrem de la barra d'alumini s'hi col·loca un dispositiu emissor de so, en aquest cas un telèfon mòbil, que emetrà a 1kHz. Es gravarà l'experiència per a 6 velocitats diferents.

No obstant, com es pot fer variar la velocitat de rotació del motor? Doncs bé, mitjançant una font d'alimentació que subministri la tensió al motoret i que ens la permeti regular. En els experiments, el voltatge prendrà els valors següents: 1'5V, 2V, 2'5V, 3V, 3'5V i 4V. S'ha decidit utilitzar el voltatge com a variable enlloc de la velocitat perquè és més fàcil de controlar, gràcies al voltímetre de la font d'alimentació. La velocitat de la font, indispensable per les equacions, s'esbrina fàcilment mitjançant un marcador de velocitat de bicicleta.

Es tindran en compte només les freqüències màximes i mínimes, ja que són les més fàcils de comparar.

Quan les gravacions ja s'han realitzat, es generen els sonogrames i els resultats que s'observen són comparats amb els resultats obtinguts mitjançant les equacions. Es calcula la seva



desviació en %, i es presenta en una gràfica. També es presenta la funció matemàtica determinada per les equacions en una mateixa gràfica amb el sonograma, per poder comparar. Es segueixen els mateixos procediments que en l'anàlisi dels resultats del MRU(exceptuant el càlcul de l'error relatiu ja que en aquest cas no té cap sentit fer-ho perquè gràcies al voltímetre de la font d'alimentació, el control del voltatge és molt més precís) i s'utilitzen els mateixos programes: Sound Forge Pro i GeoGebra.

7.2. Resultats i anàlisi de resultats

En aquest apartat es presenten les taules dels resultats, alguns sonogrames i gràfics comparatius escollits, les desviacions i els errors.

7.2.1. Experiment Moviment Rectilini Uniforme (MRU)

7.2.1.1. Sonogrames

a. Anàlisi dels sonogrames

Els sonogrames són uns gràfics on s'observa la variació de la freqüència en funció del temps. Aquests sonogrames, concretament, s'han desenvolupat amb el programa Sound Forge Pro. Per conèixer una freqüència qualsevol d'un sonograma, es situa el punter sobre un punt qualsevol situat en l'interior del sonograma que ha generat prèviament el programa. Apareixerà un cartellet vora el cursor que indicarà la freqüència del punt escollit. Per conèixer la freqüència apropant-se, per exemple, de la font movent-se en moviment relatiu cap a l'observador a una velocitat de 27km/h des de 100m, sols cal situar el punter sobre la línia de la senyal enregistrada, de color verd o vermell, i ràpidament es coneixerà la freqüència.

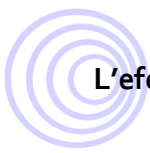
b. Ajustos de l'anàlisi espectral

Els ajustos dels sonogrames han estat realitzats amb l'objectiu de millorar al màxim la imatge que presenta el sonograma. S'han ajustat la mida de la FFT, la superposició de la FFT (0 a 99%), la resolució freqüencial, el tipus de finestra de suavitzat o smoothing window, definir la resolució del sonograma (1 a 10,000 mostres), les freqüències màximes i mínimes i la intensitat en decibels màxima i mínima que apareixen en el sonograma.

La mida de la FFT que s'ha decidit utilitzar és de 16.384, la més gran possible, ja que per FFT més altes, l'ordinador utilitzat carregava els gràfics amb massa dificultat. Nombres de FFT més alts augmenten la resolució de la freqüència en detriment de la resolució temporal, ja que augmenten el nombre de mostres que constitueixen els gràfics.

La superposició de la FFT és del 75%, i la resolució freqüencial, que consisteix en la divisió de la freqüència de mostreig (44.100Hz) entre la mida de la FFT (16.384), i és de 2,69.

De tipus de smoothing window n'hi ha varis: Blackman-Harris, Hamming, Hanning, Rectangle, Triangle. El problema que el smoothing window intenta solucionar és que, a la pràctica, la funció que resulta de la gravació presenta discontinuïtats que no ho fa el senyal original, continu en el temps. Aquestes discontinuïtats produeixen una distorsió de la informació espectral, i per tant, la funció resultant no representa fidelment la realitat. Per solucionar aquest problema s'aplica les smoothing windows, les quals s'utilitzen per minimitzar les



L'efecte Doppler en el so

transicions que trenquen la funció. En aquest treball s'ha utilitzat majoritàriament el mode triangular, ja que resultava el més adient. Pels sonogrames del MCU, s'ha utilitzat Blackman-Harris.

A l'hora de decidir la resolució del sonograma s'ha escollit 200 mostres. Cert que augmentar el nombre de mostres augmenta la resolució del sonograma, però augmenta el temps i la potència necessària per carregar el sonograma, i a més a més, no era necessària tanta definició.

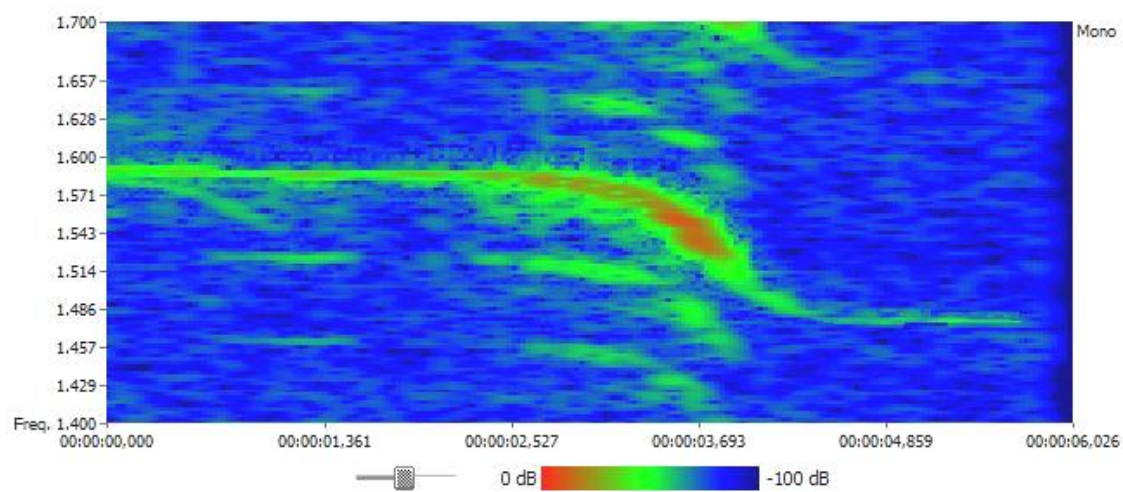
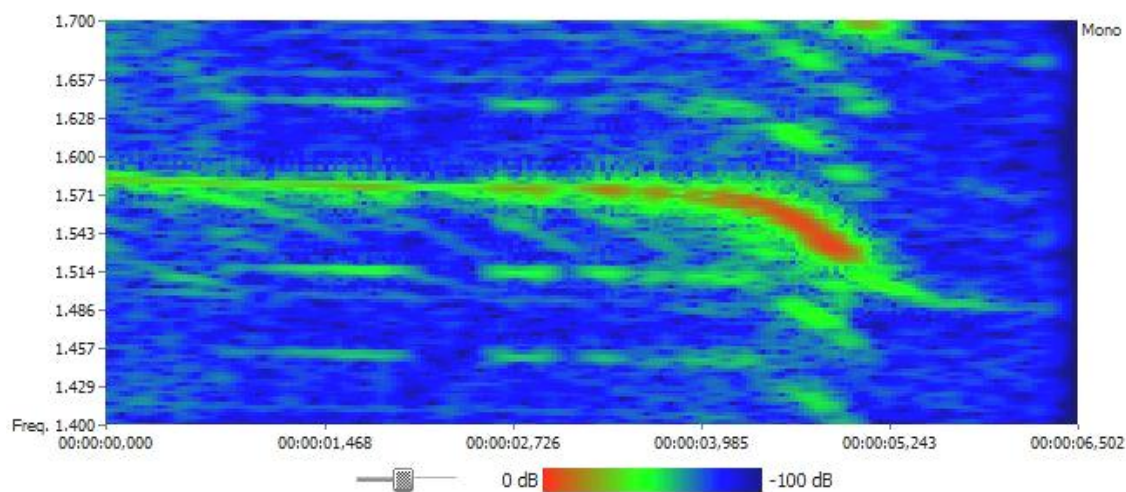
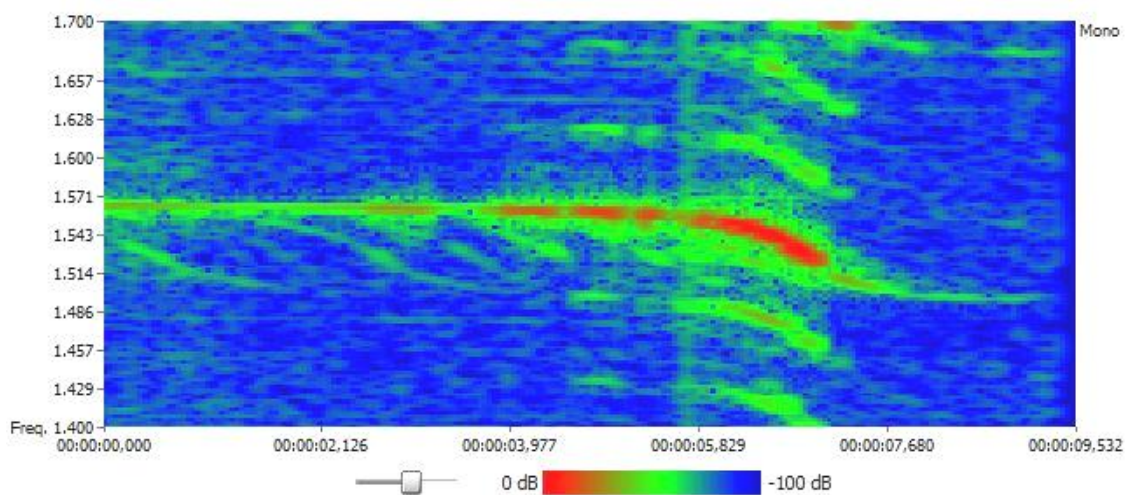
La freqüència màxima i mínima són, respectivament, 1.700 Hz i 1.400 Hz, ja que la variació freqüencial s'emmarcava en aquests dos valors.

La intensitat màxima és 0dB, i mínima -100dB.

A continuació, es presenta, per cada velocitat, un sonograma de distància 50m i un sonograma de distància 100m. La resta, es poden trobar als annexos.



c. Observador en moviment



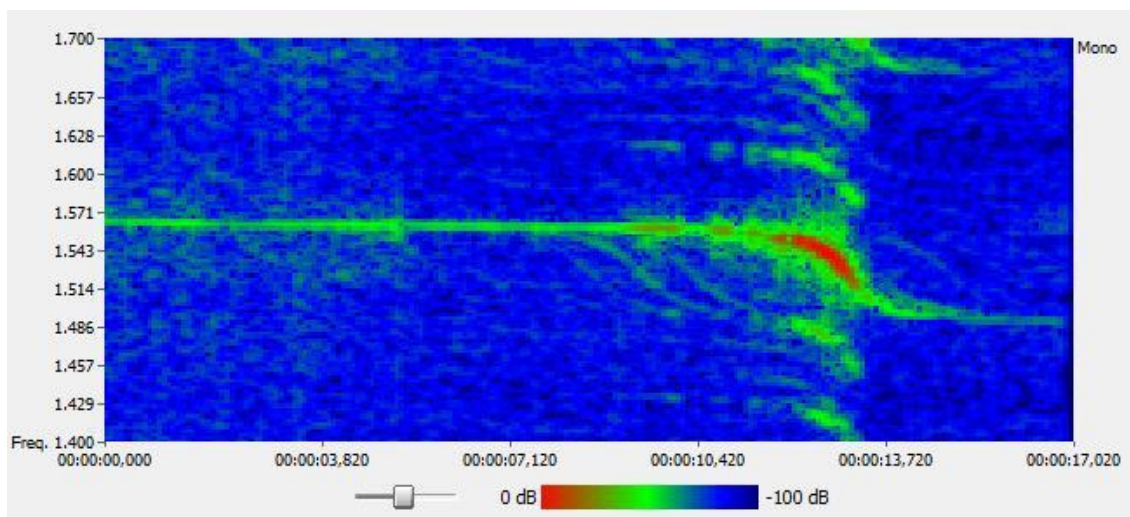


Fig. 26 – Sonograma de l'observador en moviment relatiu a 27km/h i d=100m.

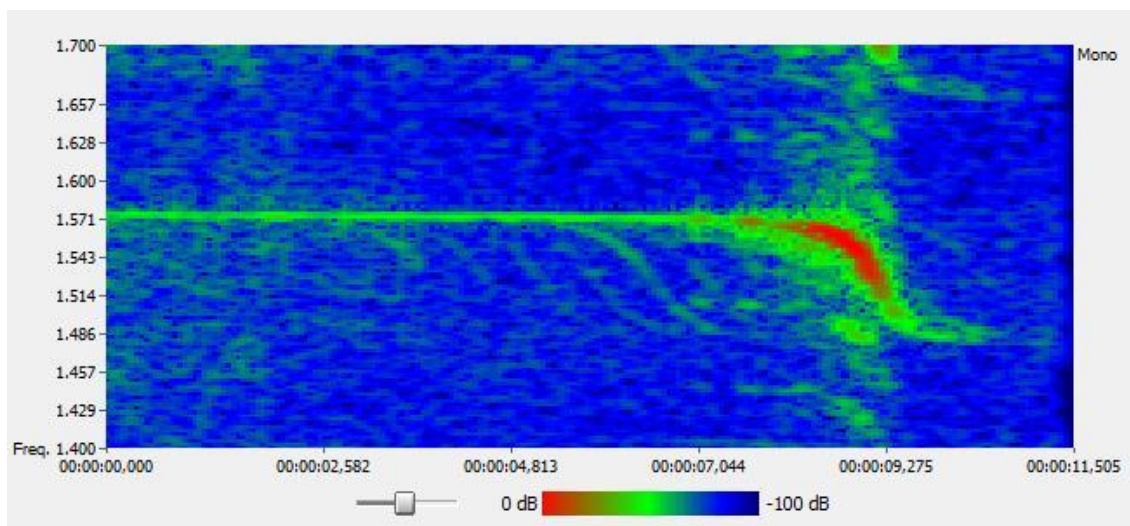


Fig. 27 – Sonograma de l'observador en moviment relatiu a 37km/h i d=100m.

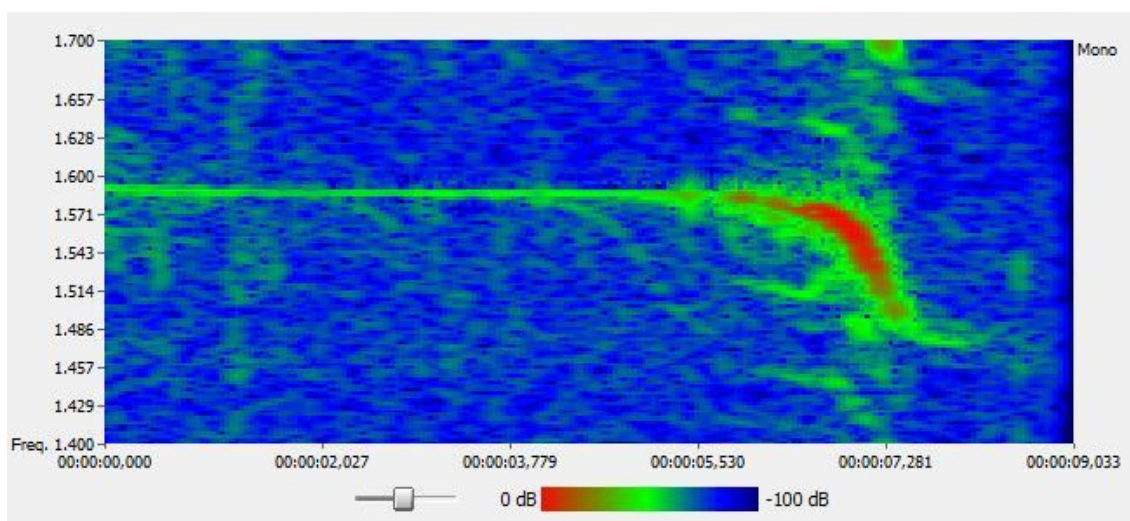


Fig. 28 – Sonograma de l'observador en moviment relatiu a 47km/h i d=100m.



d. Font en moviment

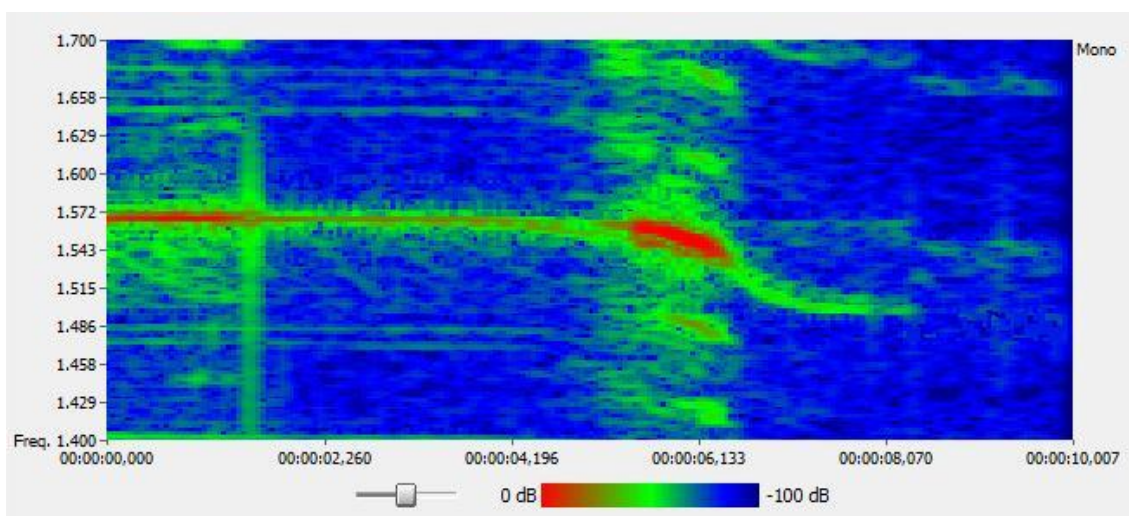


Fig. 29 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 27km/h i d=50m.

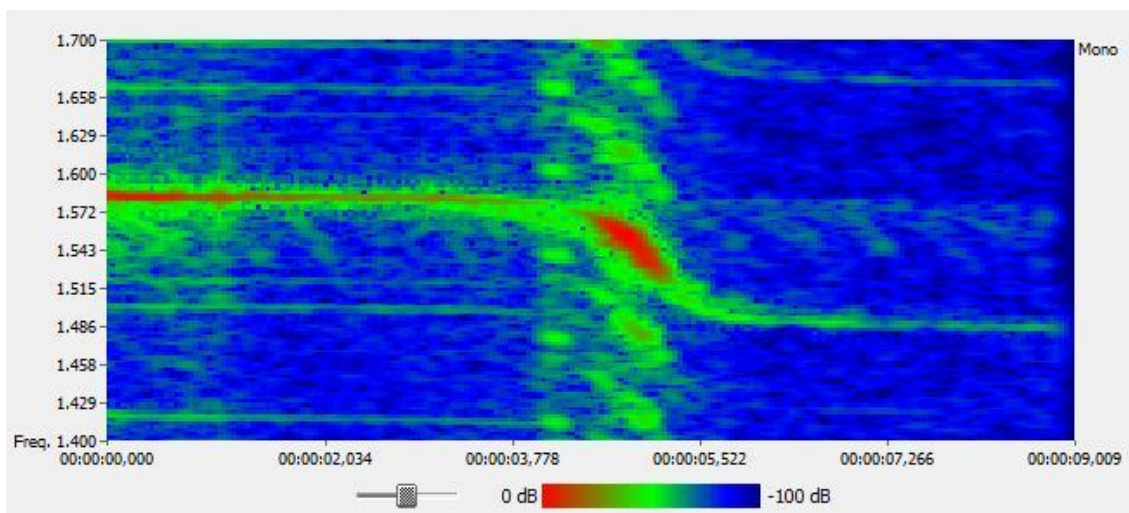


Fig. 30 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 37km/h i d=50m.

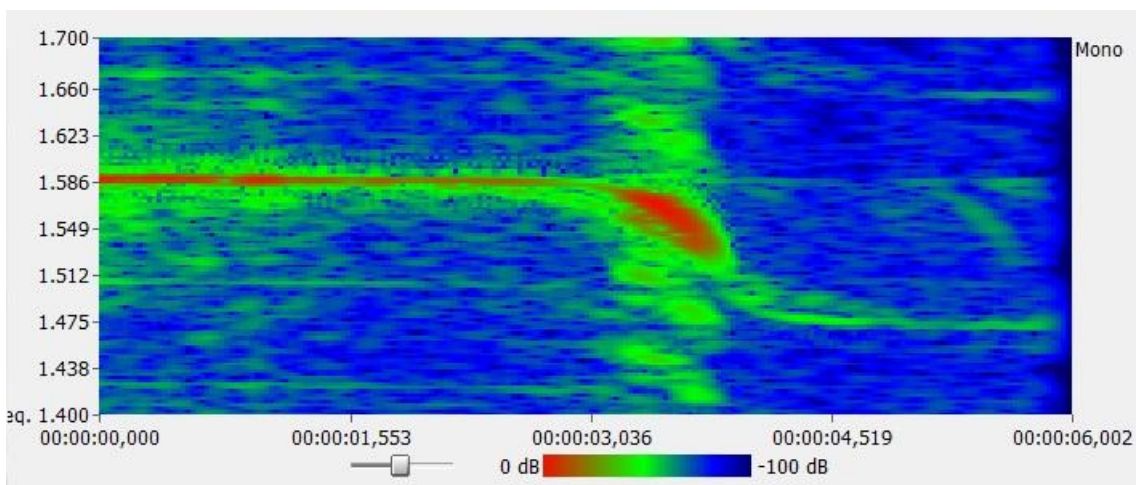


Fig. 31 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 47km/h i d=50m.



L'efecte Doppler en el so

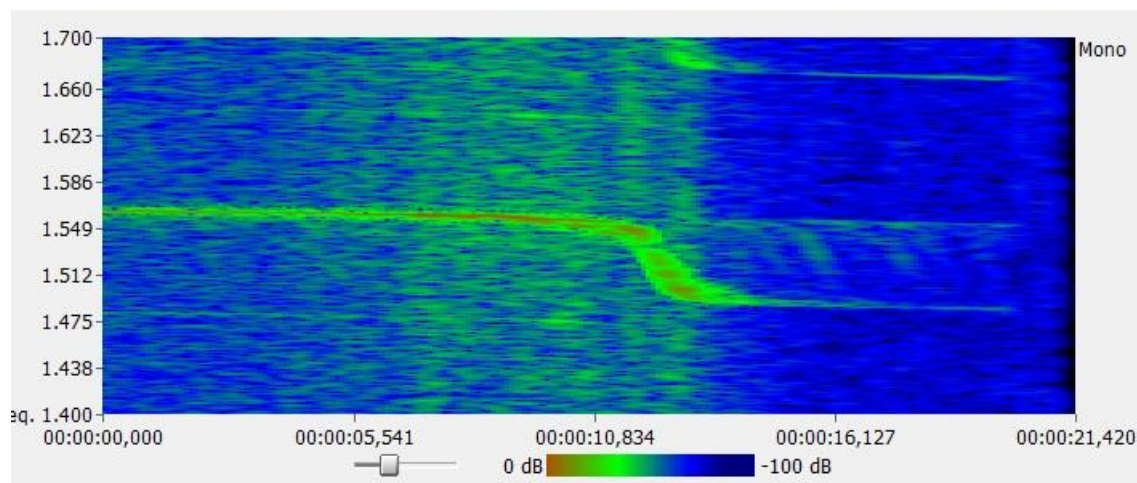


Fig. 32 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 27km/h i d=100m.

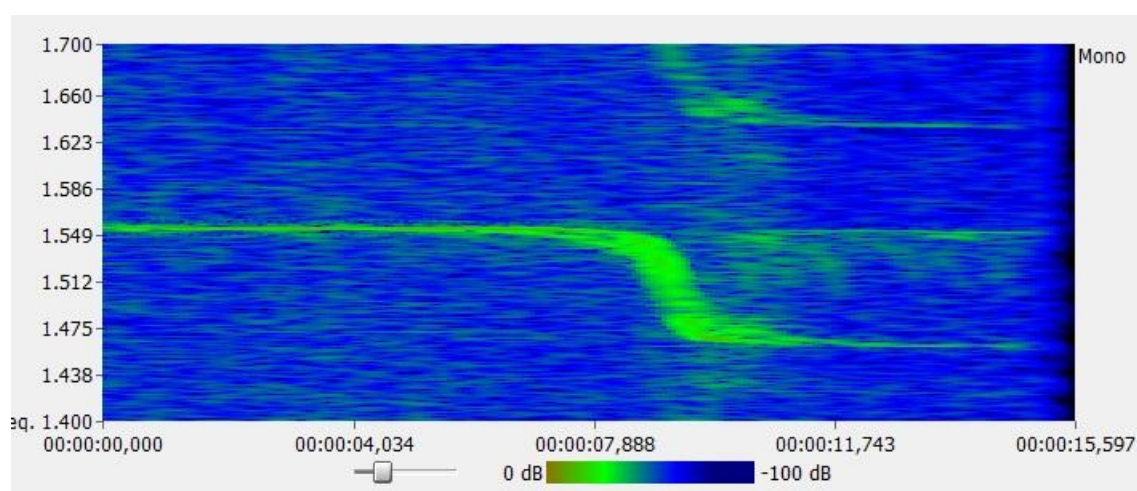


Fig. 33 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 37km/h i d=100m.

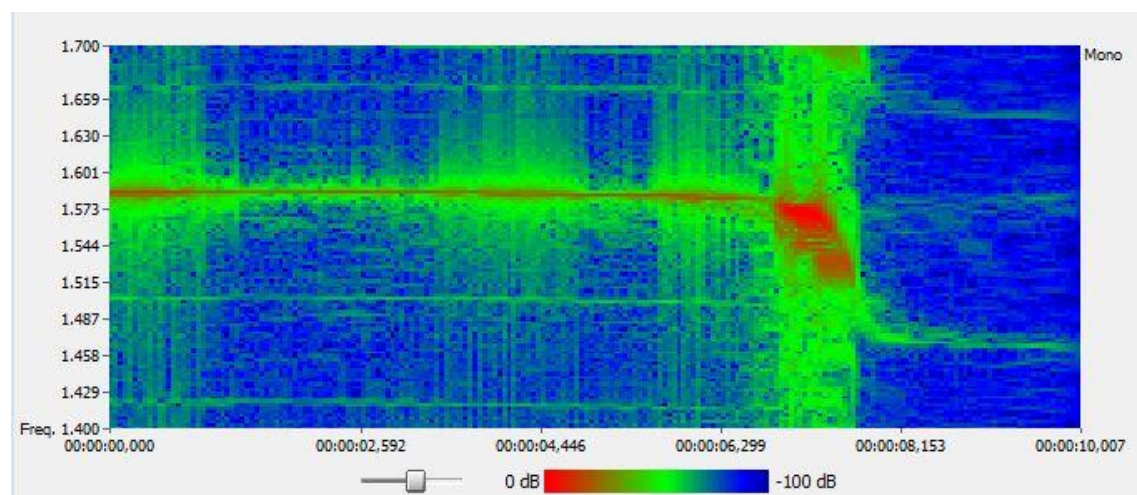


Fig. 34 – Sonograma de la font en moviment relatiu a 47km/h i d=100m.



e. Observador i font en moviment

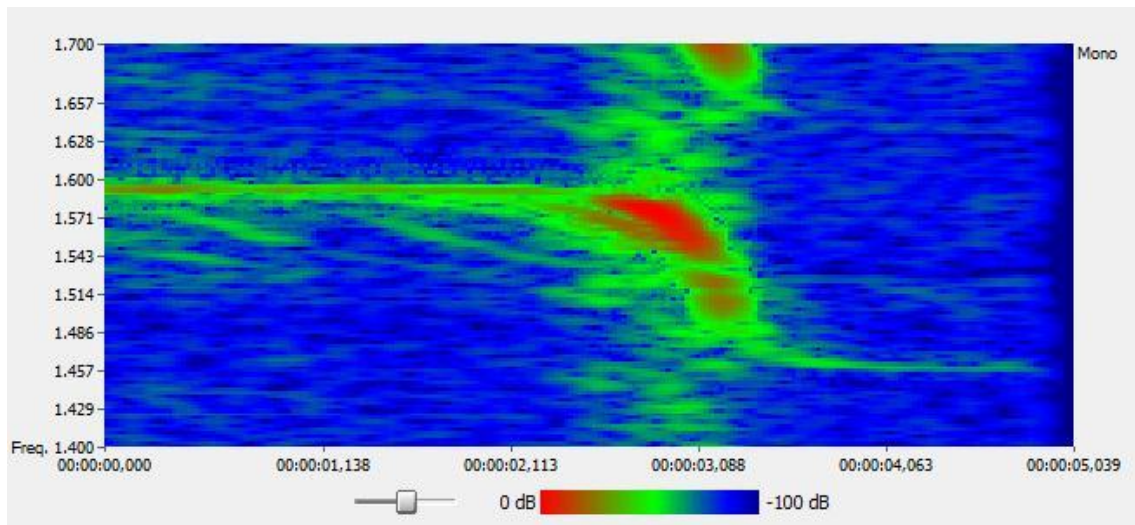


Fig. 35 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 27km/h i d=50m.

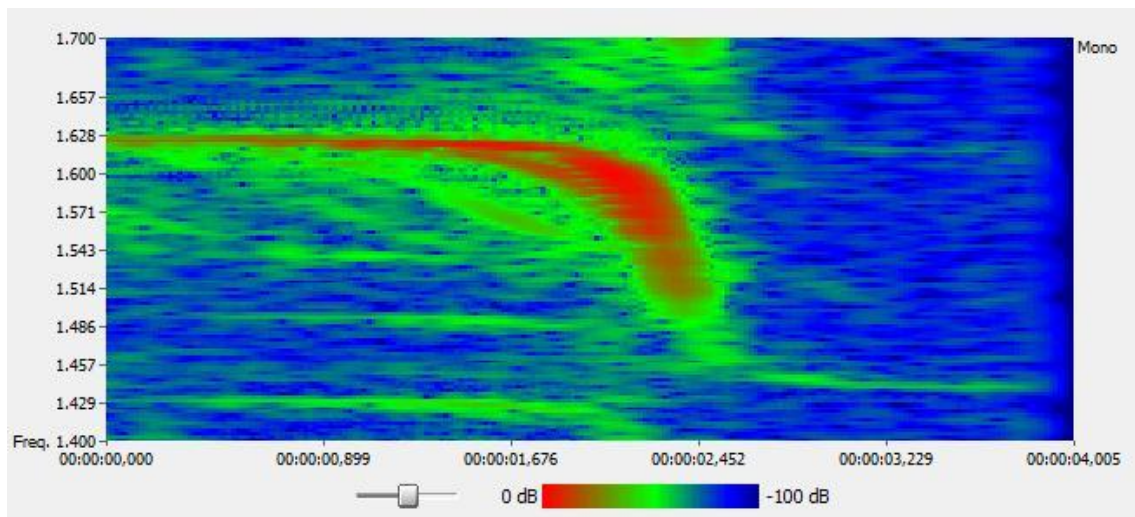


Fig. 36 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 37km/h i d=50m.

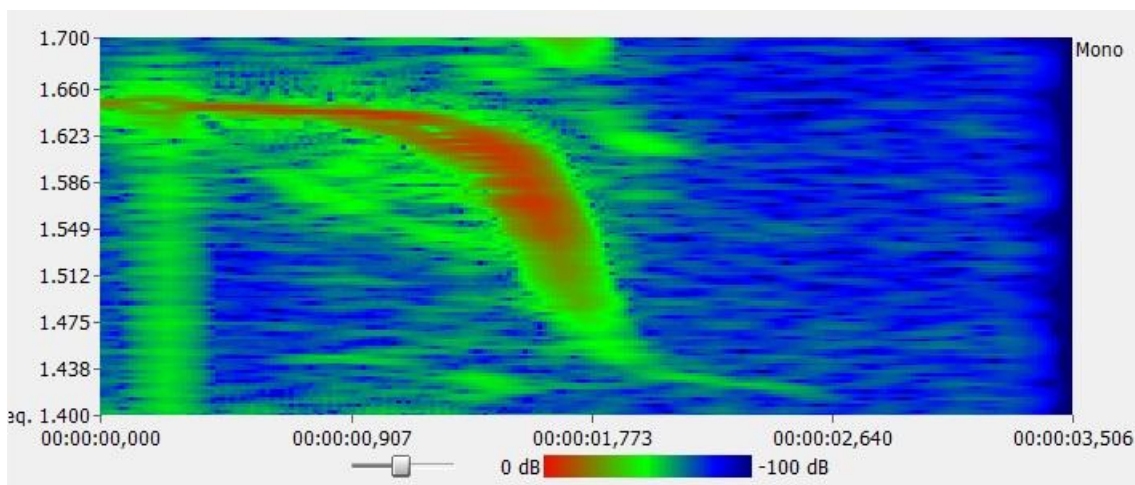


Fig. 37 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 47km/h i d=50m.

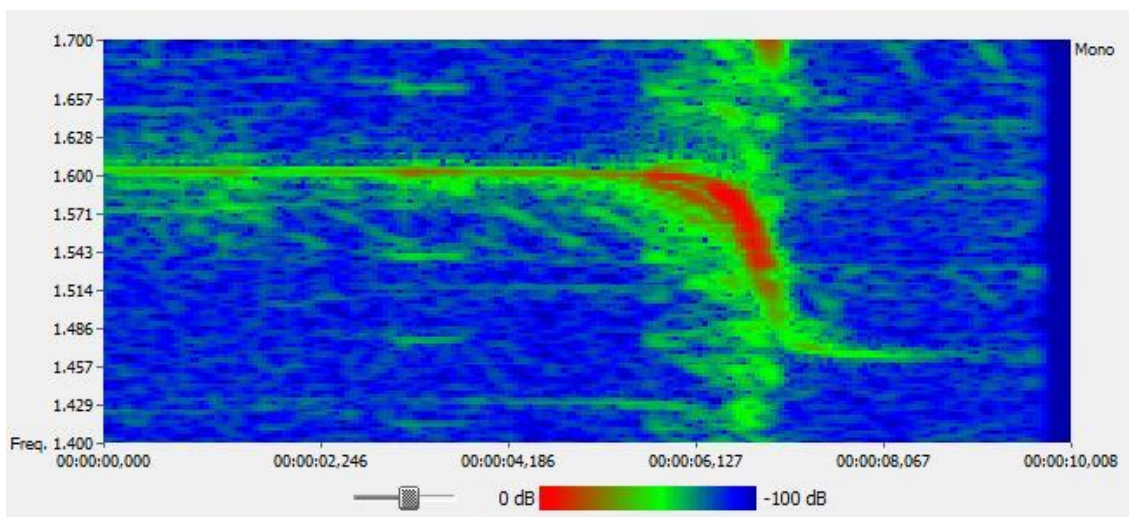


Fig. 38 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 27km/h i d=100m.

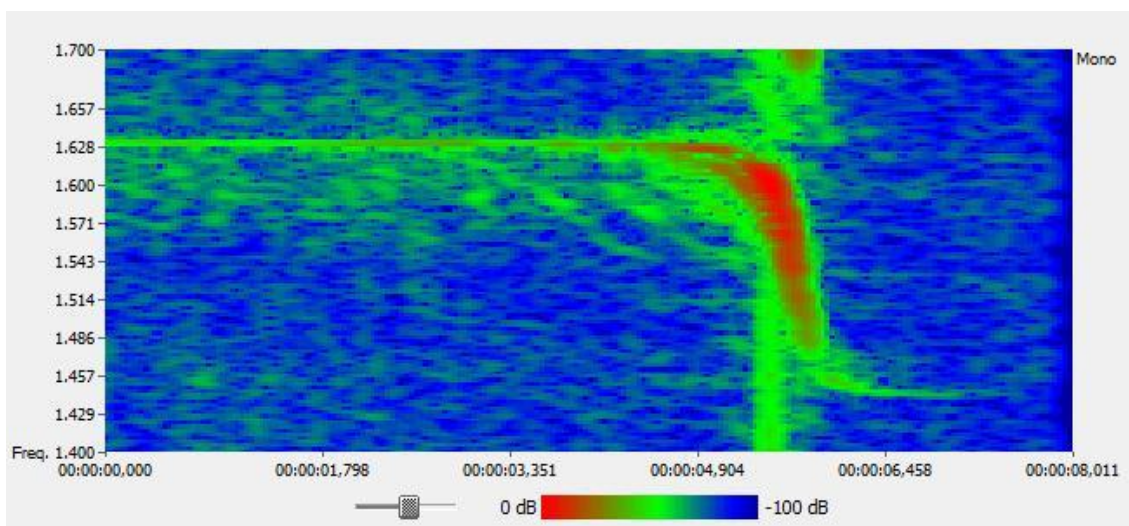


Fig. 39 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 37km/h i d=100m.

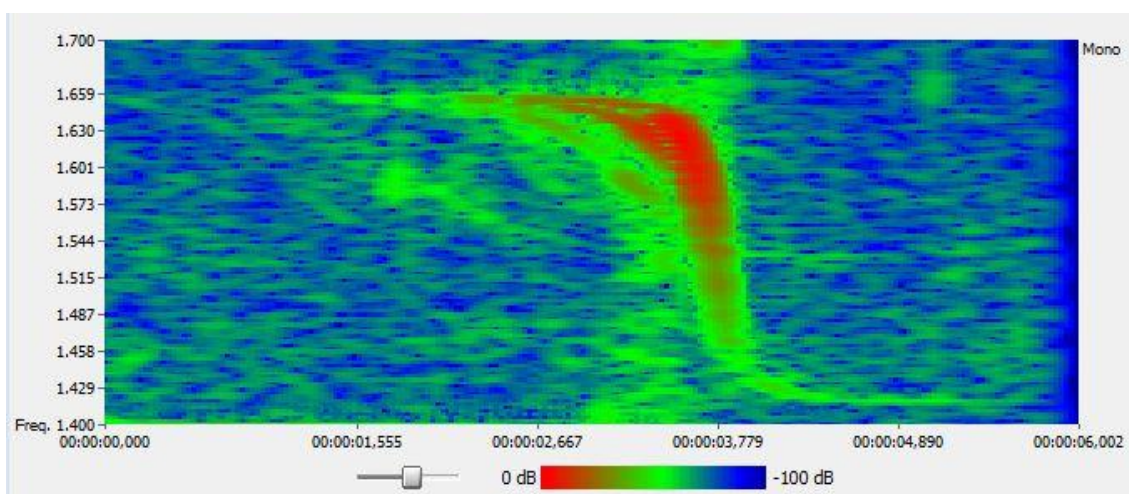
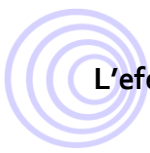
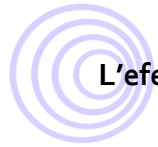


Fig. 40 – Sonograma de la font i l'observador, els dos en moviment relatiu a 47km/h i d=100m.



7.2.1.2. Taules de resultats

En color verd clar es presenten els resultats dels sonogrames i de les equacions. En un verd una mica més fosc, s'indica la mitja aritmètica dels resultats dels sonogrames. Amb color vermell s'especifica la diferència entre els resultats de les equacions i la mitja aritmètica dels resultats dels sonogrames. Aquesta diferència posteriorment s'expressa en tan per cent i obtenim el que es coneix com a desviació i que està ressaltat en blau.

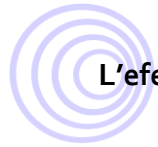


L'efecte Doppler en el so

a. Observador en moviment

50 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions
1565	1565.733	1497	1498.266	1579	1578.228	1487	1485.772	1591	1590.719	1475	1473.281
1566		1497		1578		1485		1591		1478	
1565		1496		1578		1485		1589		1472	
1565		1496		1577		1487		1589		1473	
1563		1495		1579		1485		1590		1472	
mitja dels sonogrames	1564.8	1496.2		1578.2		1485.8		1590		1474	
Diferència r. equacions amb r. Sonogrames	0.933	2.066		0.028		0.028		0.719		0.719	
% desviació	0.06	0.138		0.002		0.002		0.045		0.049	

100 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions
1565	1565.779	1495	1498.221	1578	1578.29	1485	1485.709	1591	1590.798	1473	1473.202
1566		1496		1578		1486		1591		1473	
1566		1498		1574		1482		1588		1472	
1566		1496		1577		1484		1588		1472	
1566		1496		1575		1482		1589		1473	
mitja dels sonogrames	1565.8	1496.2		1576		1483.5		1589		1472.5	
Diferència r. equacions amb r. sonogrames	0.021	2.021		2.291		2.209		1.798		0.702	
% desviació	0.001	0.135		0.145		0.149		0.113		0.048	

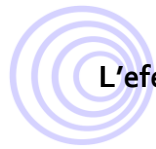


L'efecte Doppler en el so

b. Font en moviment

50 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	Equacions
1566	1566.493	1499	1498.993	1583	1579.666	1490	1487.127	1593	1593.062	1475	1475.446
1570		1495		1580		1489		1587		1472	
1567		1498		1579		1486		1592		1476	
1565		1497		1575		1483		1588		1475	
1565		1494		1577		1484		1588		1472	
mitja dels sonogrames	1566.6	1496.6		1578.8		1486.4		1589.6		1474	
Diferència r. equacions amb r. sonogrames	0.107	2.393		0.866		0.727		3.462		1.446	
% desviació	0.007	0.16		0.055		0.049		0.217		0.098	

100 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions
1564	1566.540	1483	1498.950	1556	1579.732	1462	1487.068	1590	1593.147	1471	1475.373
1555		1483		1557		1463		1582		1466	
1551		1481		1555		1464		1575		1460	
1549		1480		1555		1462		1577		1463	
1549		1475		1554		1461		1575		1460	
mitja dels sonogrames	1553.6	1480.4		1555.4		1462.4		1579.8		1464	
Diferència r. equacions amb r. sonogrames	12.940	18.550		24.332		24.668		13.347		11.373	
% desviació	0.826	1.237		1.540		1.659		0.838		0.771	



c. Observador i font en moviment

50 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions
1596	1600.986	1463	1465.987	1627	1627.333	1442	1442.251	1653	1654.118	1419	1418.898
1598		1466		1628		1443		1654		1419	
1600		1466		1627		1442		1654		1421	
1600		1466		1627		1442		1654		1418	
1602		1466		1626		1442		1655		1418	
mitja dels sonogrames	1599.2	1465.4		1627		1442.2		1654		1419	
Diferència r. equacions amb r. sonogrames	1.786	0.587		0.333		0.051		0.118		0.102	
% desviació	0.111	0.040		0.020		0.003		0.007		0.007	

100 m											
27 km/h (7.5 m/s)				37 km/h (10.278 m/s)				47 km/h (13.055 m/s)			
apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se		apropant-se		allunyant-se	
sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions	sonogram.	equacions
1602	1601.081	1466	1465.900	1629	1627.466	1443	1442.134	1656	1654.289	1419	1418.751
1602		1466		1629		1443		1655		1418	
1602		1466		1629		1444		1654		1417	
1602		1465		1628		1443		1655		1419	
1602		1466		1626		1443		1654		1418	
mitja dels sonogrames	1602	1465.8		1628.2		1443.2		1654.8		1418.2	
Diferència r. equacions amb r. sonogrames	0.919	0.100		0.734		1.066		0.511		0.551	
% desviació	0.057	0.007		0.045		0.074		0.031		0.039	



7.2.1.3. Gràfics comparatius

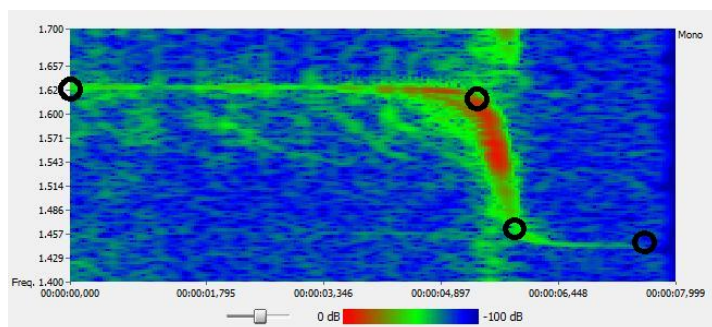


Fig. 41 – Sonograma on s'indica la situació aproximada dels punts que s'utilitzen per dibuixar la corba dels sonogrames en els gràfics comparatius.

L'objectiu dels gràfics comparatius és poder observar si la corba del sonograma s'adapta realment a la funció teòrica. Per mostrar-ho, es trien quatre punts concrets de la corba del sonograma: el punt inicial, el punt aproximat on la freqüència comença a canviar dràsticament, el punt aproximat on la freqüència para aquest decreixement tan pronunciat, i el punt final.

Aquests punts s'introdueixen en el programa GeoGebra i s'uneixen amb segments. Els segments que uneixen els punts, en blau, tracen la corba del senyal gravat i representat pel sonograma. Normalment, concorden bastant amb la evolució de la funció teòrica (en vermell), introduïda al programa anteriorment.

Aquesta funció que s'ha d'introduir, es veu modificada lleugerament. S'han de presentar les equacions en funció del temps ja que el sonograma correspon a la freqüència (Hz) en funció del temps (s). Les equacions modificades són, respectivament, les de l'observador en moviment, font en moviment i observador i font en moviment.

$$f'_o = f \left(1 - \frac{t \cdot V_o^2}{v \sqrt{s^2 + t^2 \cdot V_o^2}} \right)$$

Equació 42

$$f'_f = f \left(\frac{1}{1 - \frac{t \cdot V_f^2}{v \sqrt{s^2 + t^2 \cdot V_f^2}}} \right)$$

Equació 43

$$f' = f \left(\frac{v + \frac{t \cdot V_o^2}{\sqrt{s^2 + t^2 \cdot V_o^2}}}{v - \frac{t \cdot V_f^2}{\sqrt{s^2 + t^2 \cdot V_f^2}}} \right)$$

Equació 44

A continuació, es presenta, per cada velocitat, un gràfic comparatiu de distància 50m i un gràfic comparatiu de distància 100m. La resta, es poden trobar als annexos.



a. Observador en moviment

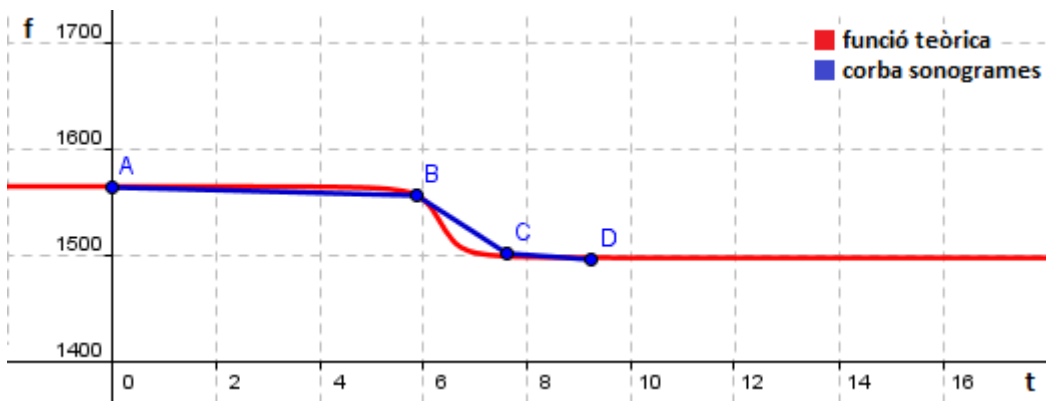


Fig. 42 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 27km/h i d=50m

A (0,1565) ; B (5.86,1558) ; C (7.59, 1503) ; D (9.5, 1497)

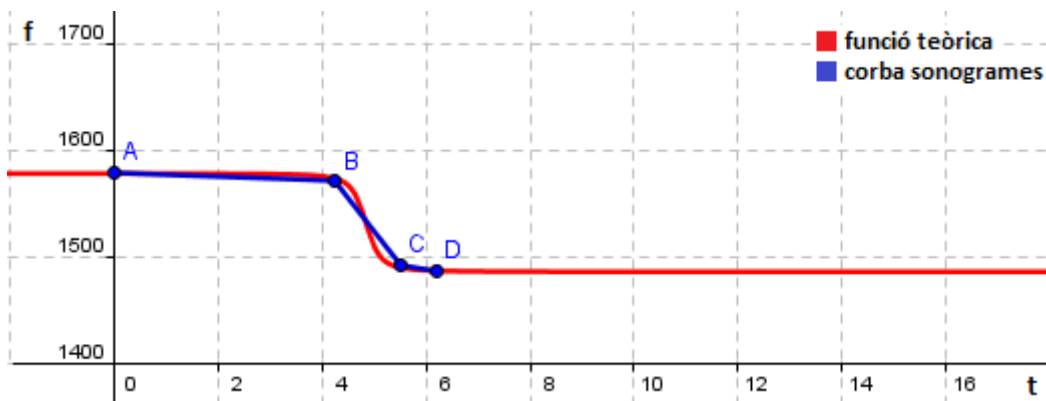


Fig. 43 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 37km/h i d=50m

A (0,1579) ; B (4.24,1571) ; C (5.5,1492) ; D (6.5,1487)

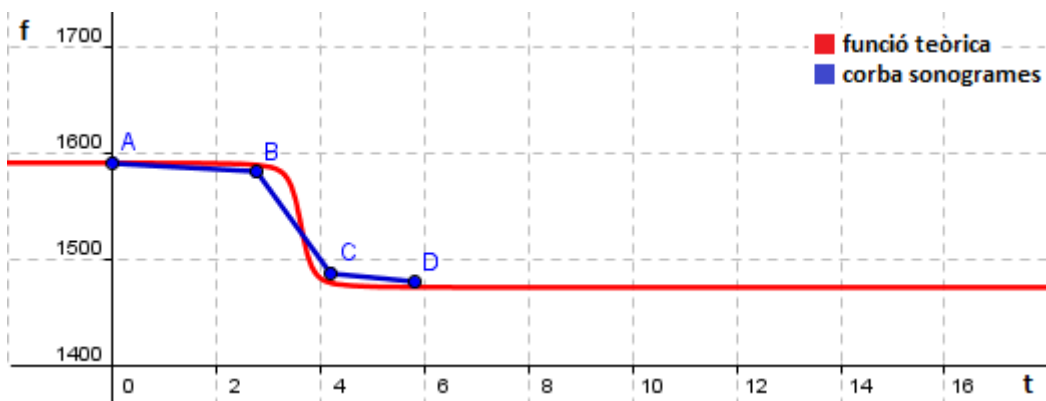
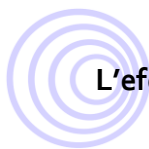


Fig. 44 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 47km/h i d=50m

A (0,1591) ; B (2.97,1584) ; C (4.21, 1482) ; D (6,1475)



L'efecte Doppler en el so

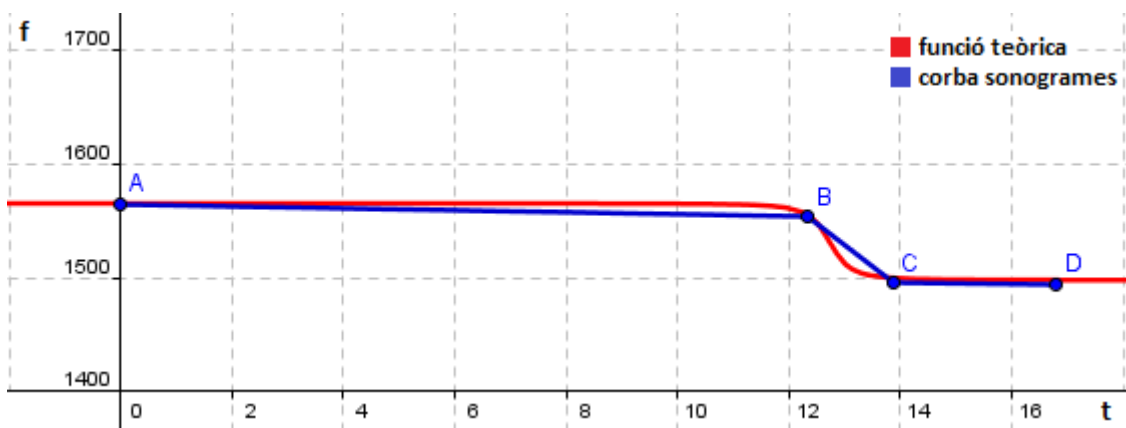


Fig. 45 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 27km/h i d=100m

A (0,1565) ; B (12.34, 1554) ; C (13.87,1496) ; D (17,1495)

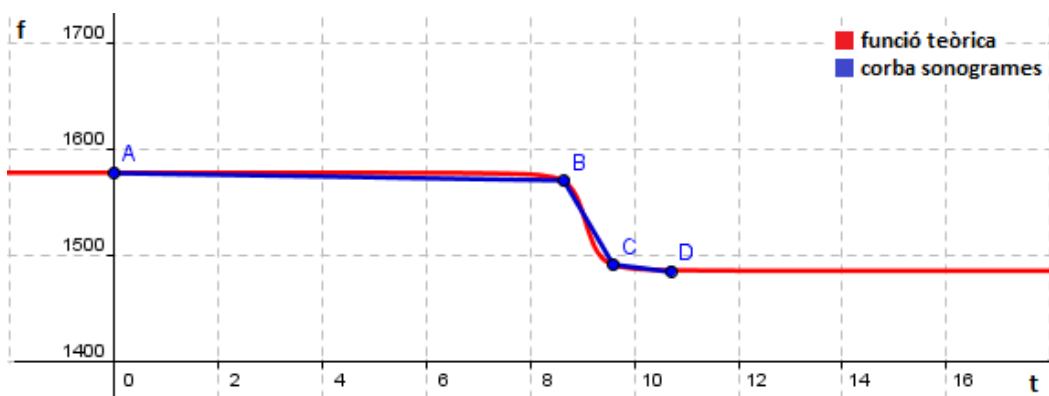


Fig. 46 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 37km/h i d=100m

A (0,1578) ; B (8.65,1570) ; C (9.6,1491) ; D (11,1485)

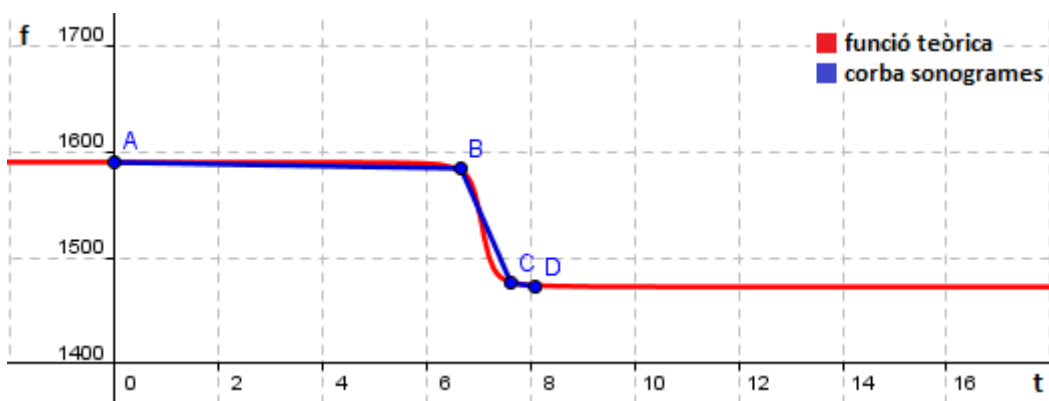


Fig. 47 – Gràfic comparatiu de l'observador movent-se a 47km/h i d=100m

A (0,1591) ; B (6.65,1585) ; C (7.6, 1477) ; D (8.1,1473)



b. Font en moviment

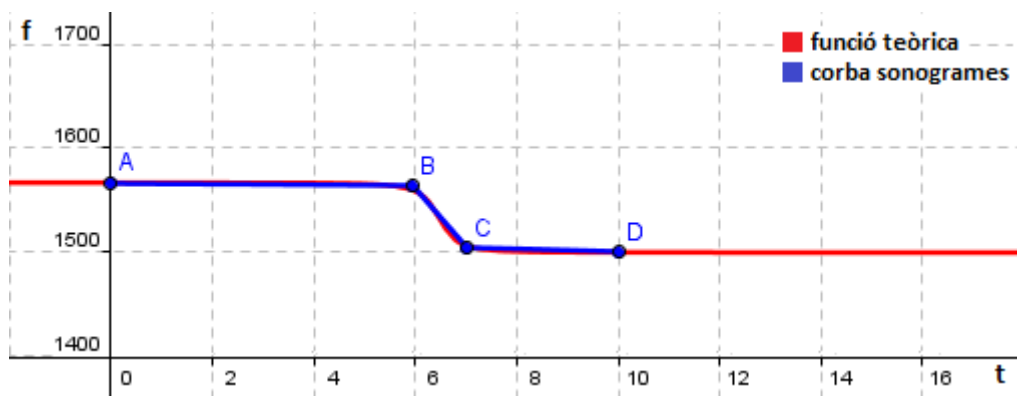


Fig. 48 – Gràfic comparatiu de la font movent-se a 27km/h i d=50m

A (0,1566) ; B (5.93, 1563) ; C (7,1503) ; D (10,1499)

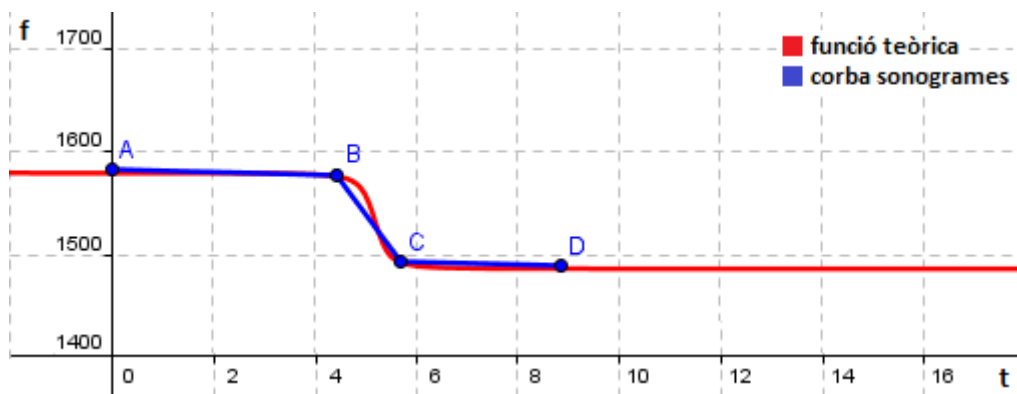


Fig. 49 – Gràfic comparatiu per la font movent-se a 37km/h i d=50m

A (0,1583) ; B (4.44,1578) ; C (5.68,1494) ; D (9,1490)

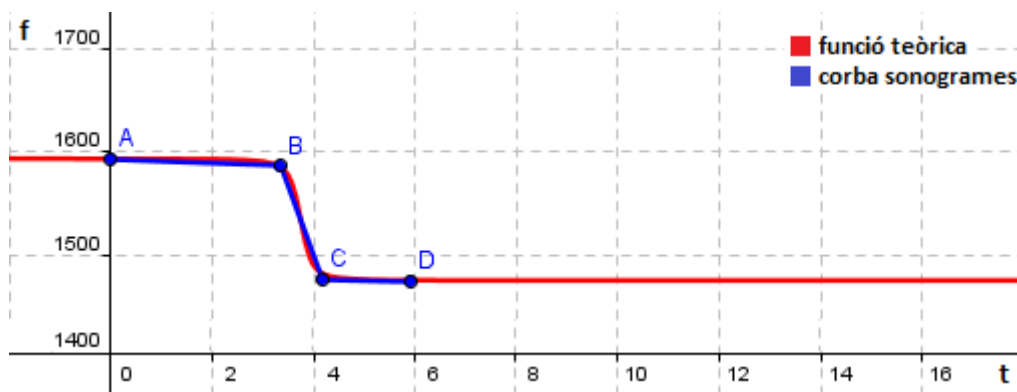


Fig. 50 – Gràfic comparatiu per la font movent-se a 47km/h i d=50m

A (0,1593) ; B (3.33,1586) ; C (4.16,1477) ; D (6,1475)



L'efecte Doppler en el so

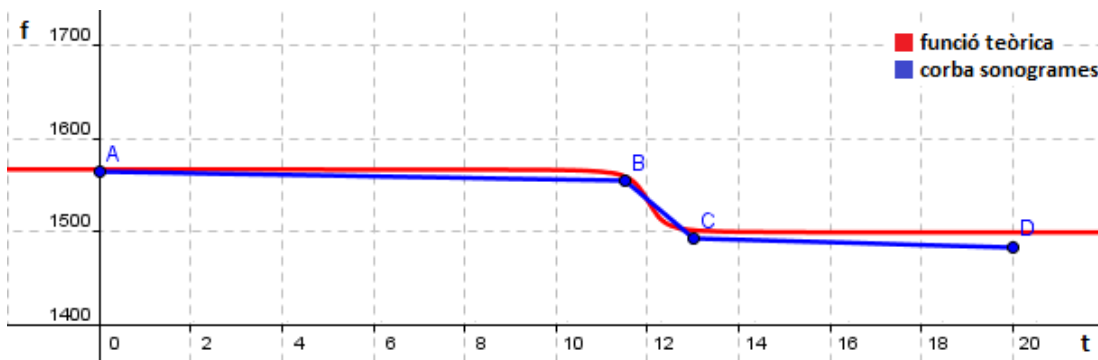


Fig. 51 – Gràfic comparatiu per la font movent-se a 27km/h i d=100m

A (0,1564) ; B (11.5,1554) ; C (13,1492) ; D (20,1483)

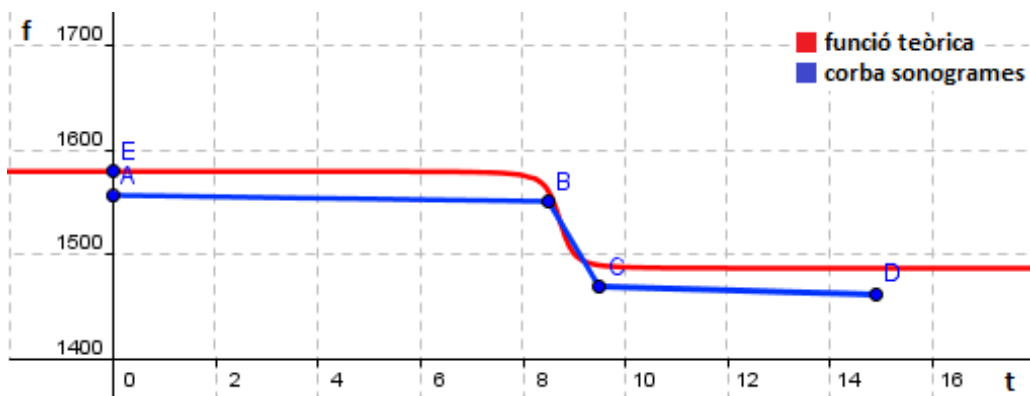


Fig. 52 – Gràfic comparatiu per la font movent-se a 37km/h i d=100m

A (0,1556) ; B (8.5,1551) ; C (9.5,1469) ; D (15,1462)

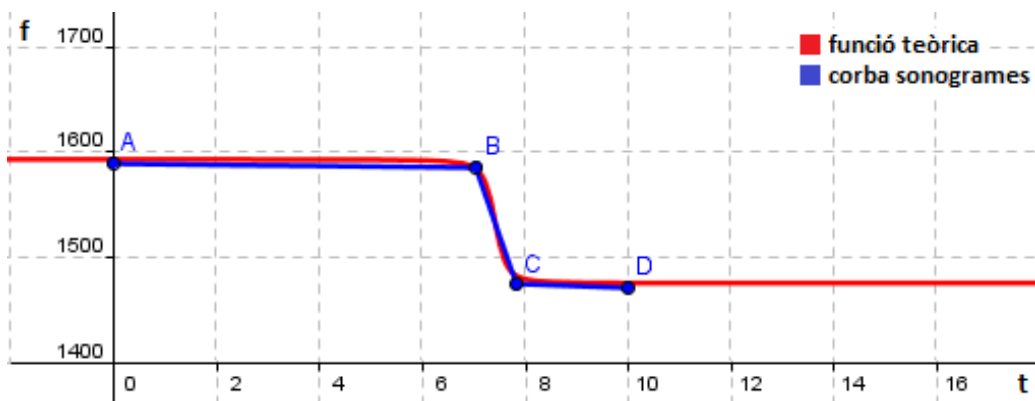
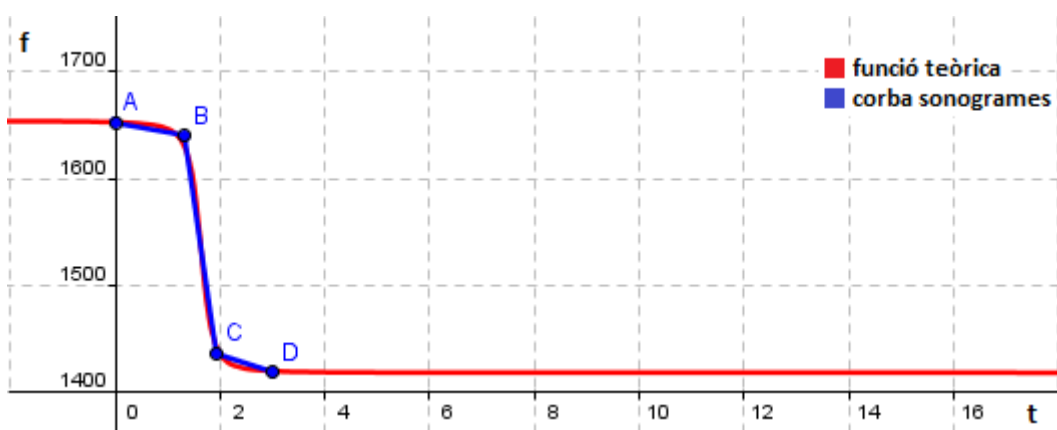
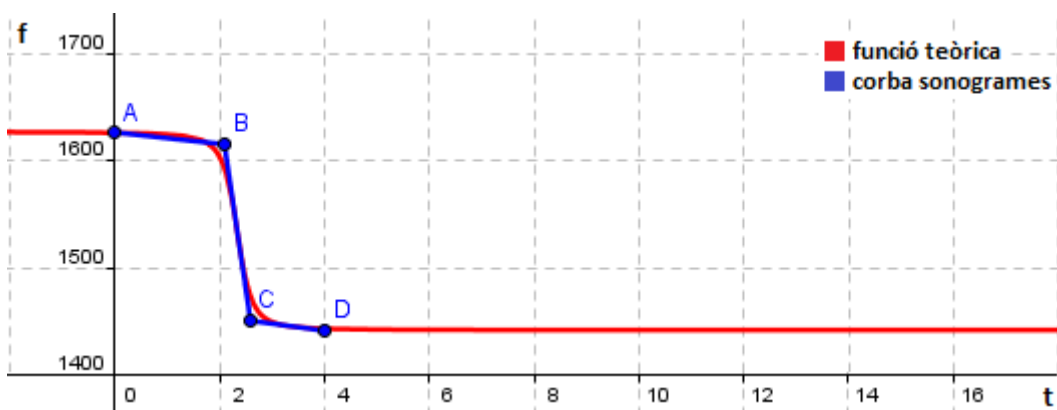
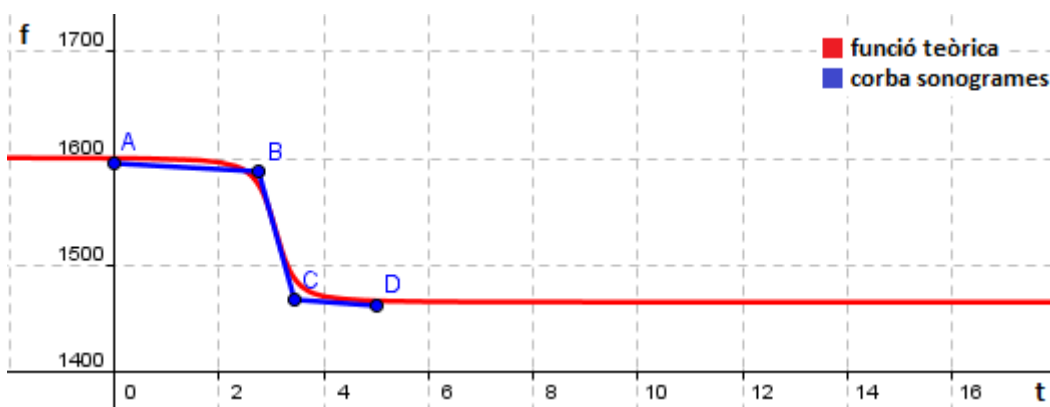


Fig. 53 – Gràfic comparatiu per la font movent-se a 47km/h i d=100m

A (0,1590) ; B (7.07,1586) ; C (7.84,1474) ; D (10,1471)



c. Observador i font en moviment





L'efecte Doppler en el so

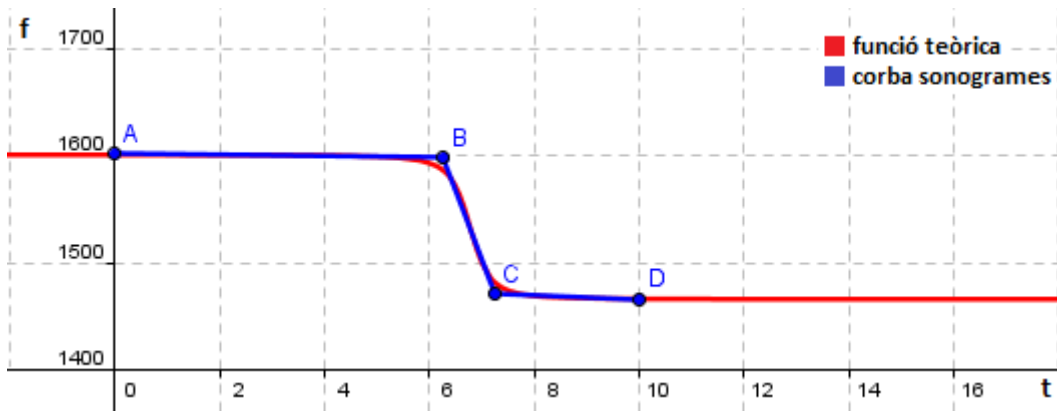


Fig. 57 – Gràfic comparatiu de l'observador i la font, els dos en moviment a 27km/h i d=100m

A (0,1602) ; B (6.27,1598) ; C (7.24,1471) ; D (10,1466)

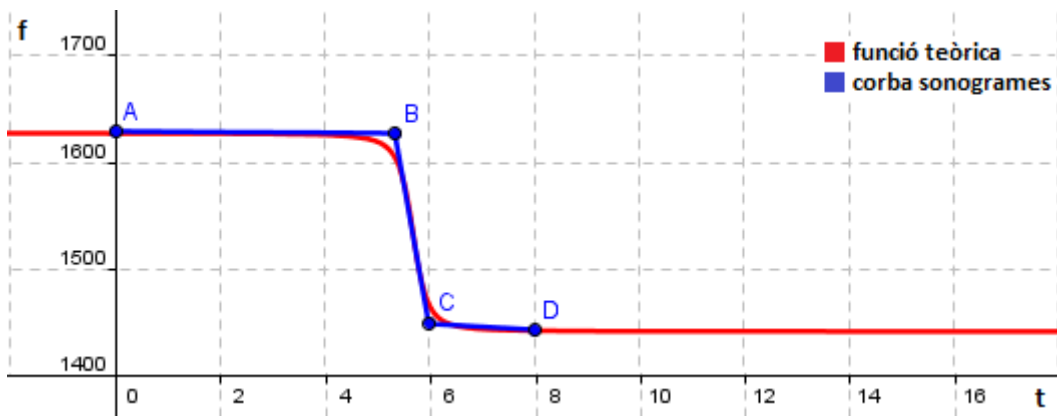


Fig. 58 – Gràfic comparatiu de l'observador i la font, els dos en moviment a 37km/h i d=100m

A (0,1629) ; B (5.35,1627) ; C (6,1450) ; D (8,1443)

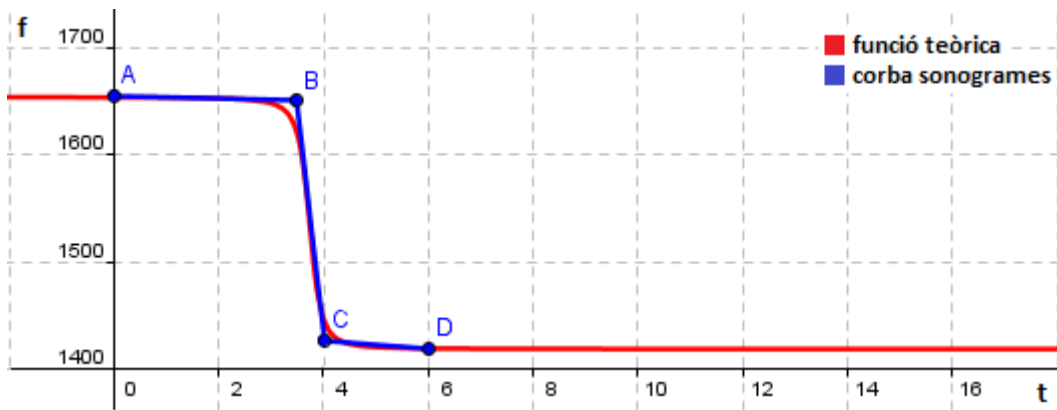


Fig. 59 – Gràfic comparatiu de l'observador i la font, els dos en moviment a 47km/h i d=100m

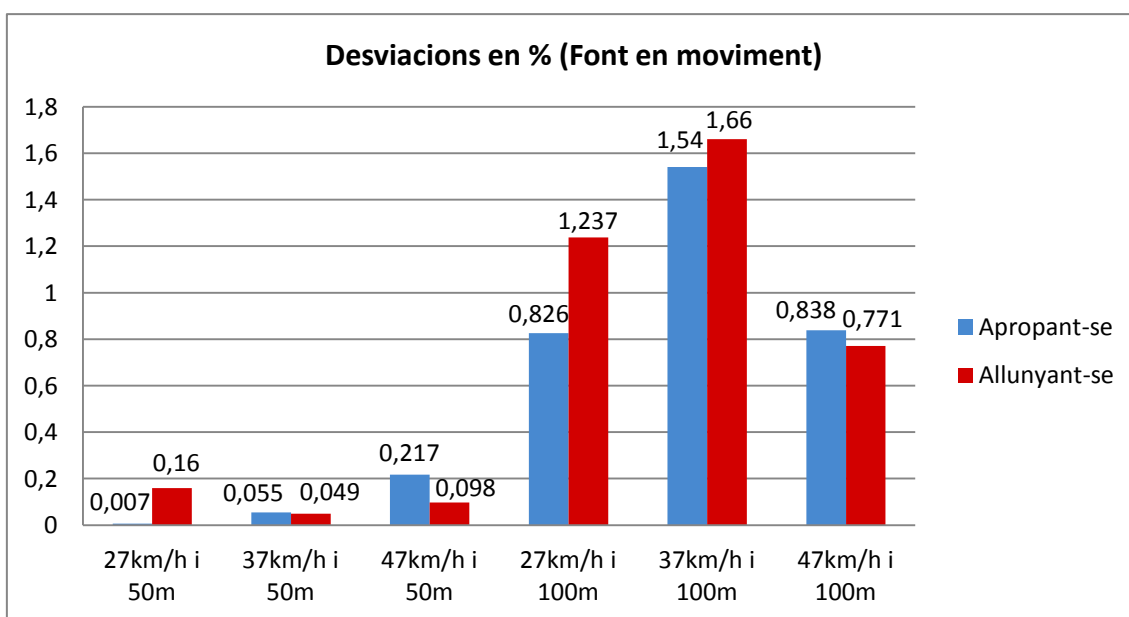
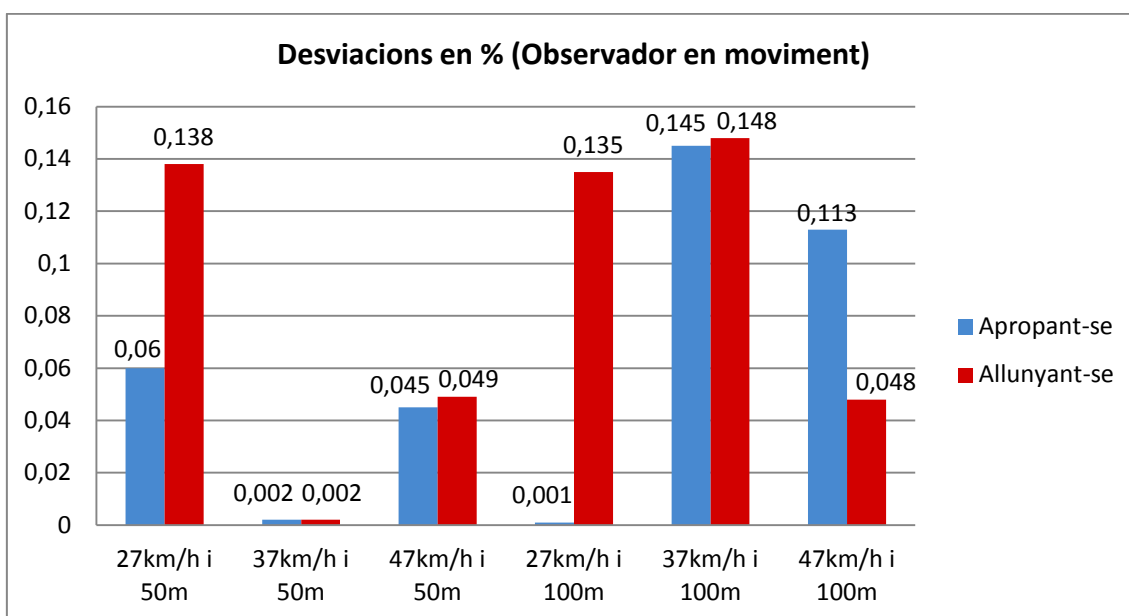
A (0,1656) ; B (3.47,1651) ; C (4,1427) ; D (6,1419)

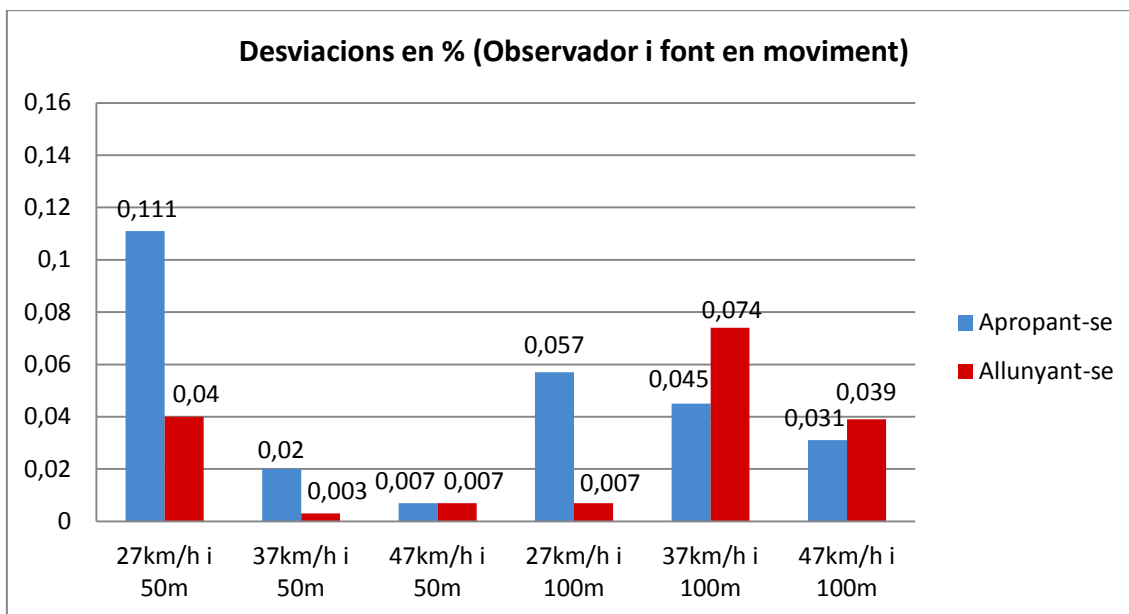


7.2.1.4. Desviacions

Les desviacions, com ja s'ha mencionat abans, són el percentatge de la diferència entre el resultat teòric i la mitja aritmètica dels 5 resultats dels sonogrames.

		27km/h		37km/h		47km/h	
		apropant-se	allunyant-se	apropant-se	allunyant-se	apropant-se	allunyant-se
OM	50m	0,06	0,138	0,002	0,002	0,045	0,049
	100m	0,001	0,135	0,145	0,148	0,113	0,048
FM	50m	0,007	0,16	0,055	0,049	0,217	0,098
	100m	0,826	1,237	1,54	1,66	0,838	0,771
OFM	50m	0,111	0,04	0,02	0,003	0,007	0,007
	100m	0,057	0,007	0,045	0,074	0,031	0,039





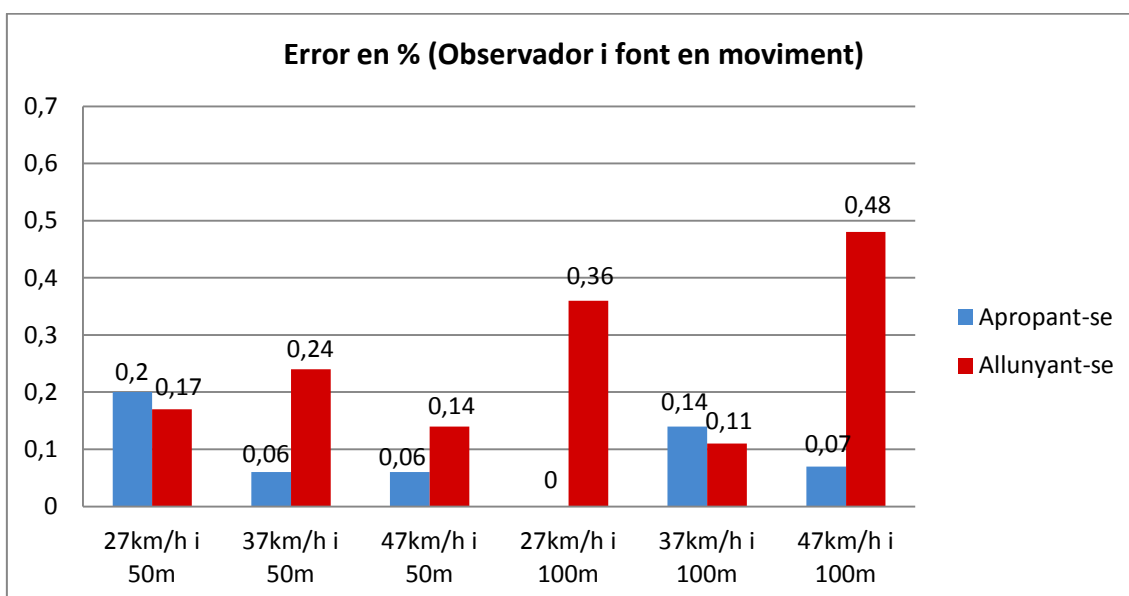
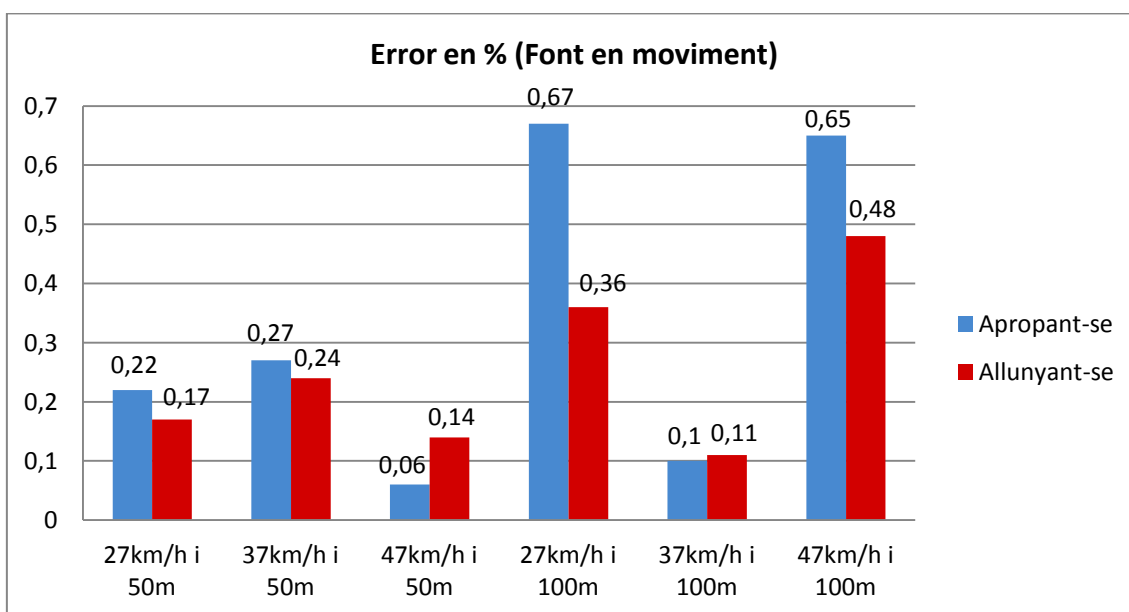
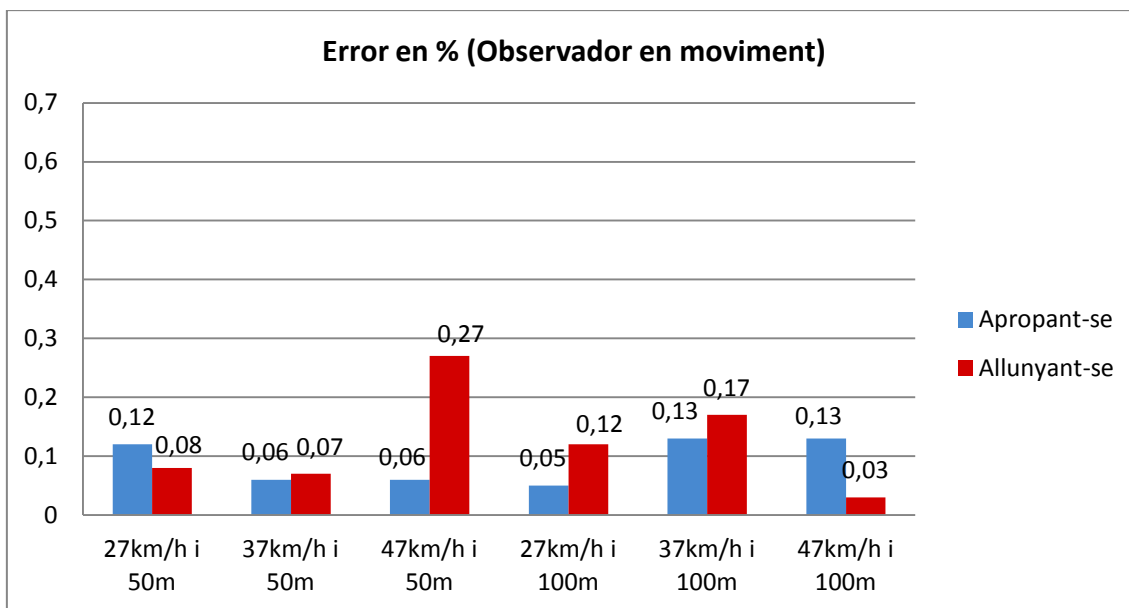
7.2.1.5. Error relatiu

L'error relatiu s'ha calculat de la següent forma: es tria el valor més gran i el més petit dels 5 resultats freqüencials obtinguts dels sonogrames. Es resta el valor més gran menys la mitja aritmètica de les cinc freqüències, i també es resta la mitjana menys el valor més petit. Llavors s'escull la diferència més gran, es multiplica per 100 i es divideix entre la mitjana aritmètica dels 5 valors freqüencials. Així obtenim l'error relatiu en %, per tal de conèixer la precisió amb que s'han efectuat les gravacions.

		27km/h		37km/h		47km/h	
		apropant-se	allunyant-se	apropant-se	allunyant-se	apropant-se	allunyant-se
OM	50m	0,12	0,08	0,06	0,07	0,06	0,27
	100m	0,05	0,12	0,13	0,17	0,13	0,03
FM	50m	0,22	0,17	0,27	0,24	0,06	0,14
	100m	0,67	0,36	0,1	0,11	0,65	0,48
OFM	50m	0,2	0,16	0,06	0,05	0,06	0,14
	100m	0	0,05	0,14	0,06	0,07	0,08



L'efecte Doppler en el so

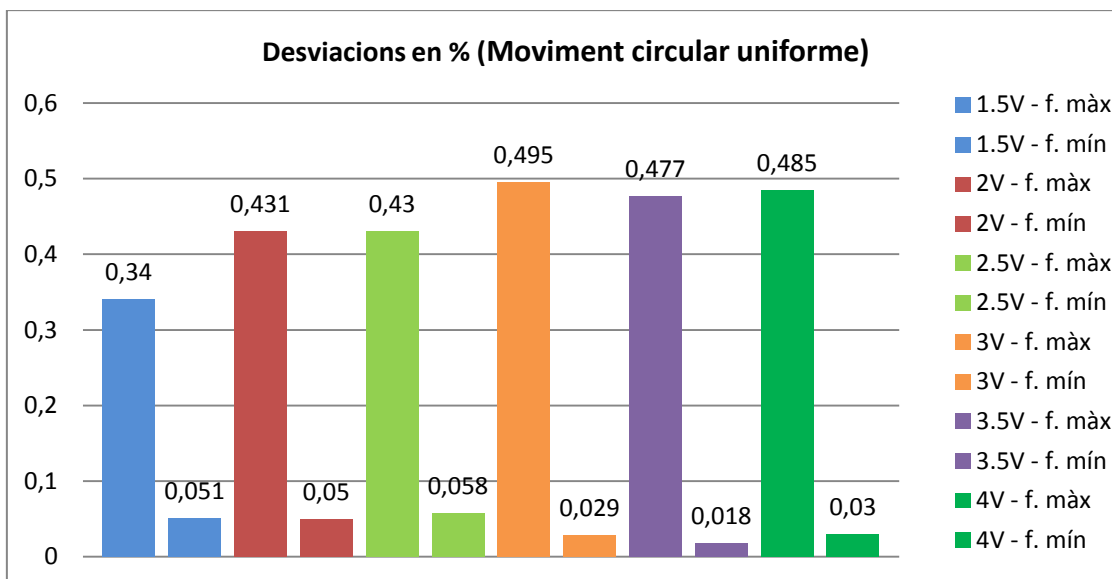




7.2.2. Experiment Moviment Circular Uniforme (MCU)

7.2.2.1. Taula de resultats i desviacions

voltatge	velocitat (m/s)		r. equacions	r. sonogrames	% desviació
1,5V	2,22	+	1006,58	1010	0,34
		-	993,51	993	0,05
2V	2,92	+	1008,65	1013	0,43
		-	991,49	991	0,05
2,5V	3,58	+	1010,65	1015	0,43
		-	989,57	989	0,06
3V	4,03	+	1011,99	1017	0,50
		-	988,29	988	0,03
3,5V	4,42	+	1013,16	1018	0,48
		-	987,18	987	0,02
4V	4,72	+	1014,08	1019	0,48
		-	986,30	986	0,03





7.2.2.2. Sonogrames

Aquí es presenten tots els sonogrames analitzats de la font a MCU:

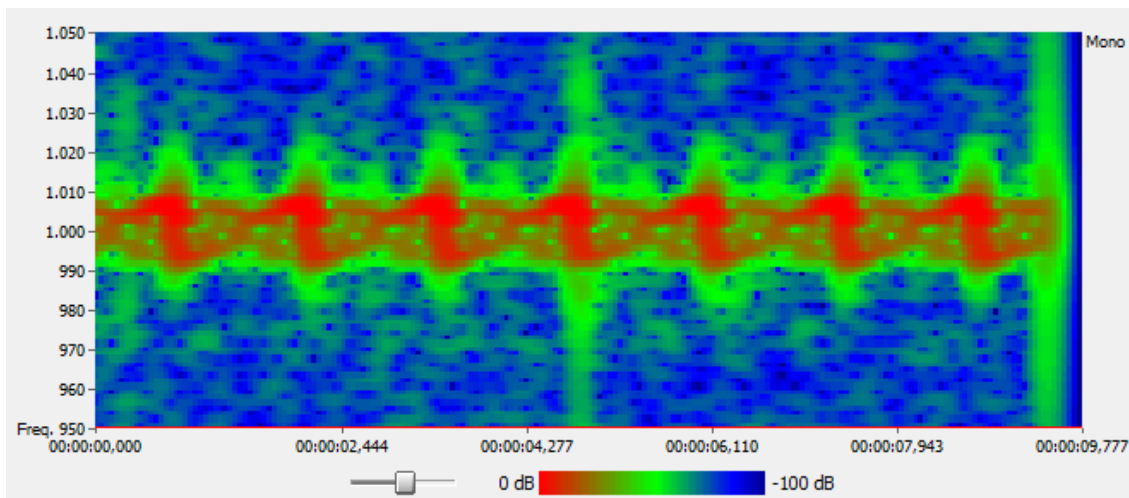


Fig. 60 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 1,5V

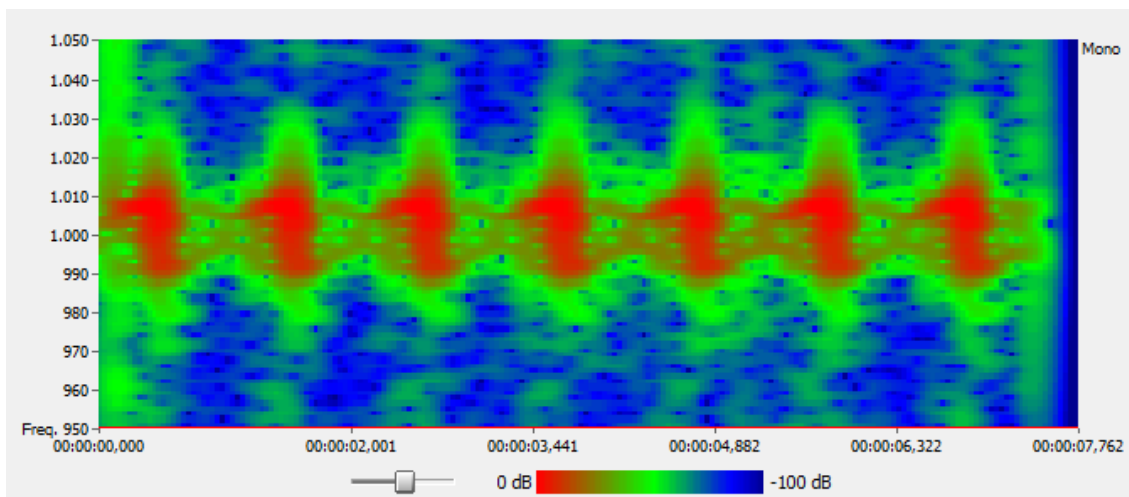


Fig. 61 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 2V

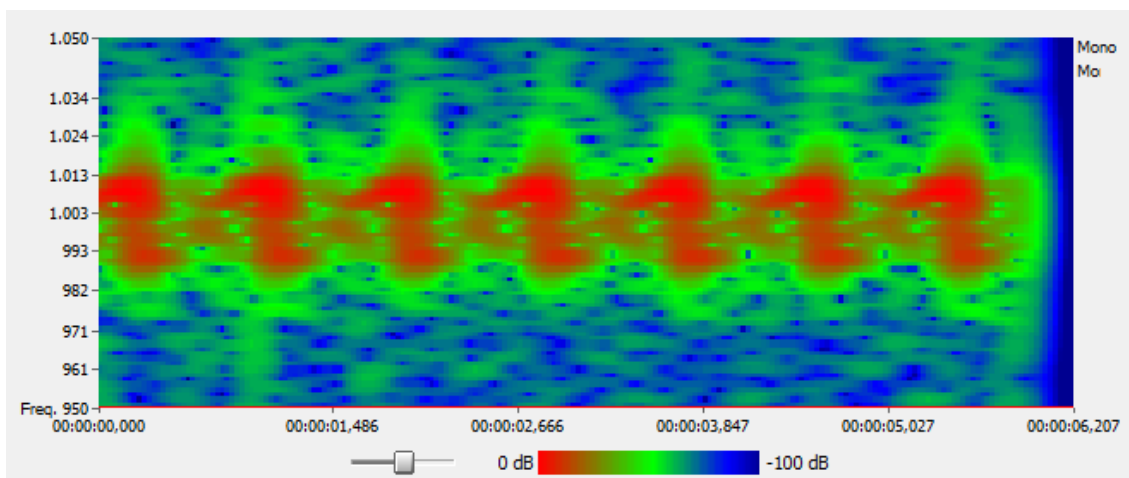


Fig. 62 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 2,5V



L'efecte Doppler en el so

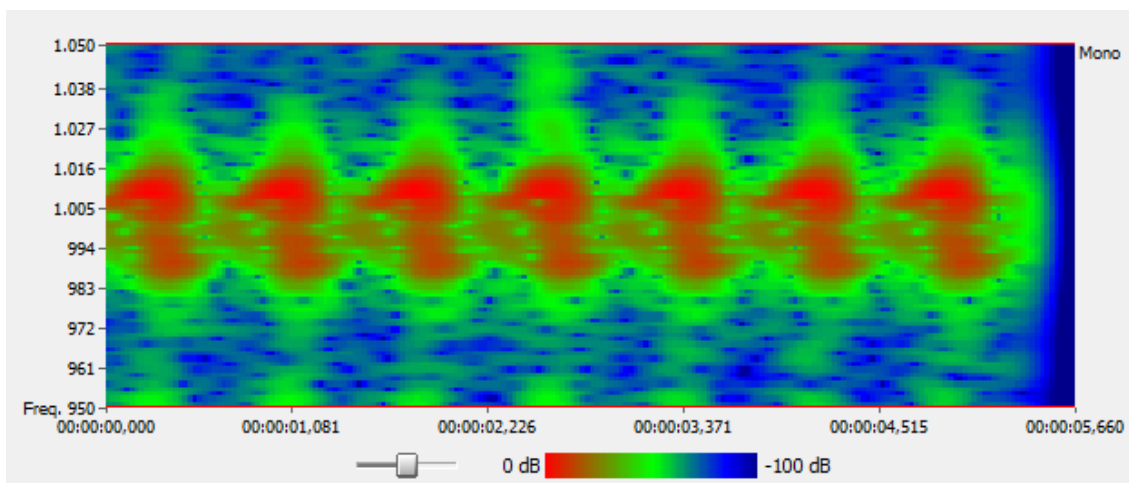


Fig. 63 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 3V

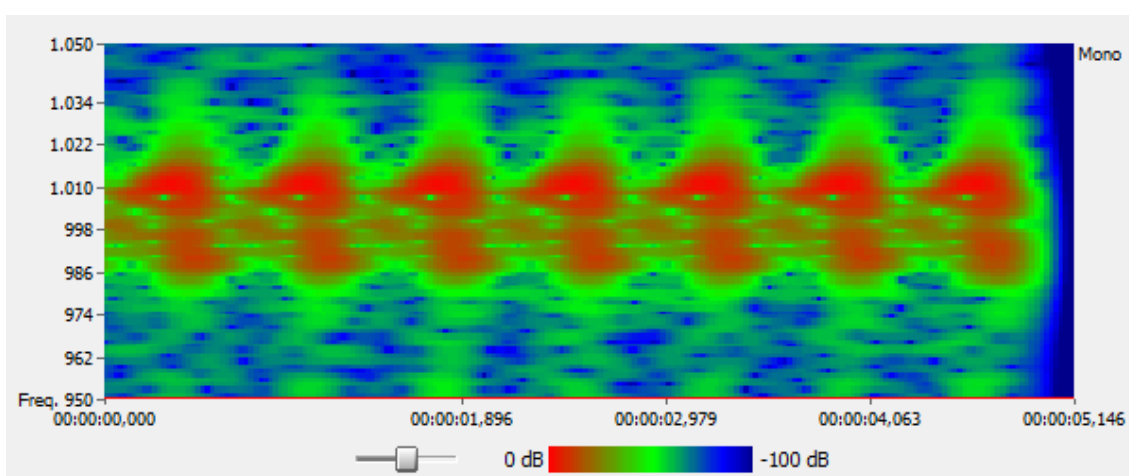


Fig. 64 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 3,5V

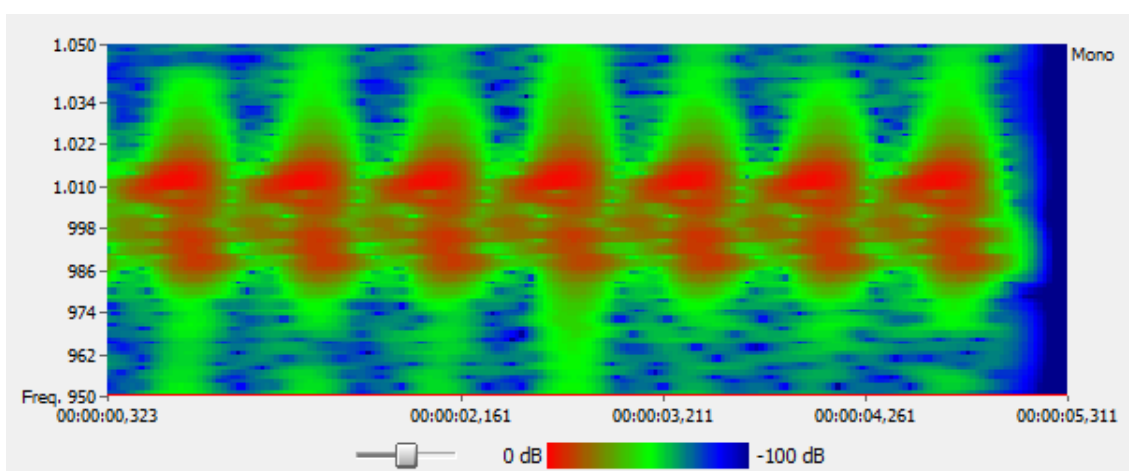


Fig. 65 – Sonograma de la font movent-se a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 4V



7.2.2.3. Gràfics comparatius

A l'igual que en els gràfics comparatius del MRU, la línia en vermell representa la funció que ve donada per les equacions, i la línia en blau representa la corba que segueixen els resultats obtinguts mitjançant els sonogrames. Per dibuixar aquesta corba, s'han escollit set freqüències màximes i set freqüències mínimes consecutives. S'ha utilitzat el programa Geogebra pel dibuix de les gràfiques i en aquest cas no ha estat necessari modificar l'equació utilitzada perquè ja estava en funció del temps.

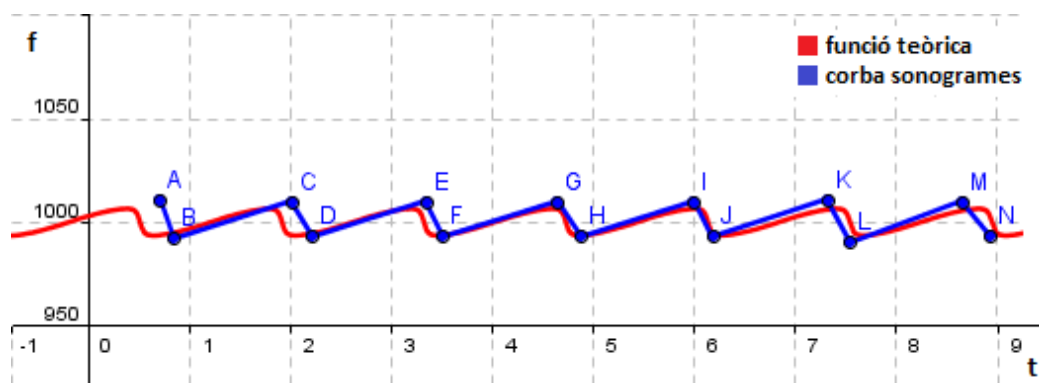


Fig. 66 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 1.5V

A (0.69,1011) ; B (0.83,992) ; C (2,1010) ; D (2.2,993) ; E (3.33,1010) ; F (3.5,993) ; G (4.64,1010) ; H (4.78,993) ; I (6,1011) ; J (6.18,993) ; K (7.13,1011) ; L (7.5,993) ; M (8.65,1010) ; N (8.93,993)

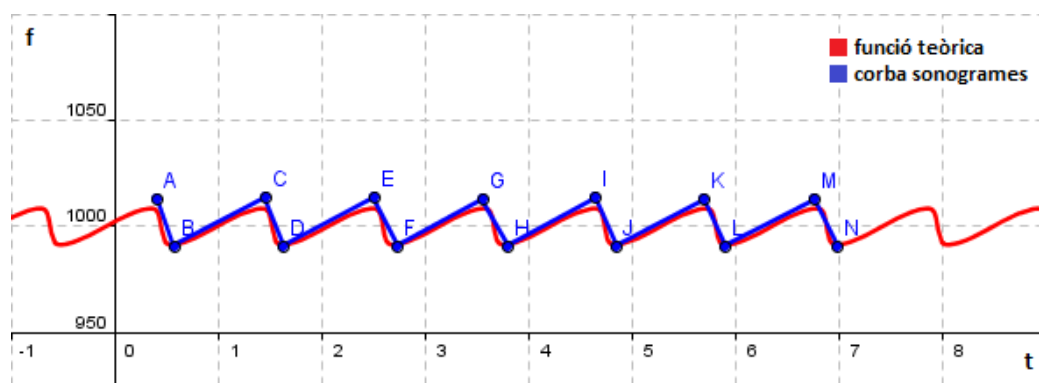
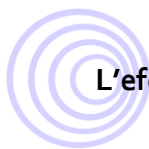


Fig. 67 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 2V

A (0.41,1013) ; B (0.57,991) ; C (1.45,1014) ; D (1.63,991) ; E (2.5,1014) ; F (2.73,991) ; G (3.55,1013) ; H (3.8,991) ; I (4.65,1014) ; J (4.85,991) ; K (5.7,1013) ; L (5.9,991) ; M (6.76,1013) ; N (6.98,991)



L'efecte Doppler en el so

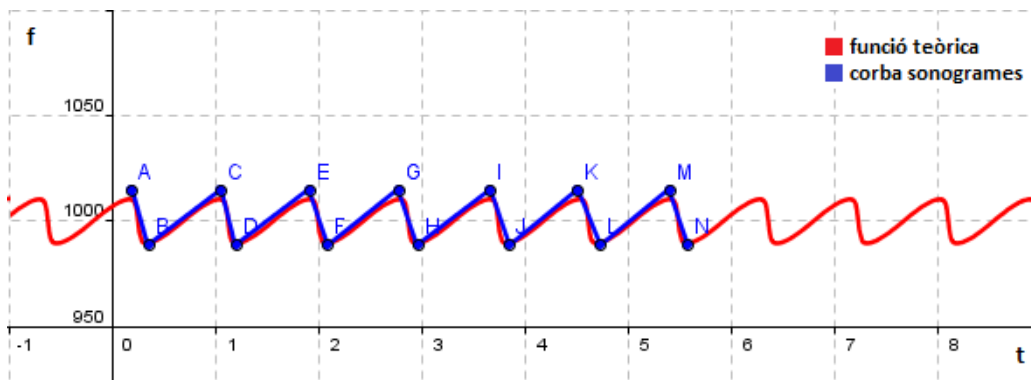


Fig. 68 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 2.5V

A (0.18,1015) ; B (0.34,989) ; C (1.04,1015) ; D (1.19,989) ; E (1.9,1015) ; F (2.08,989) ;
G (2.76,1015) ; H (2.95,989) ; I (3.65,1015) ; J (3.84,989) ; K (4.5,1015) ; L (4.72,989) ;
M (5.39,1015) ; N (5.57,989)

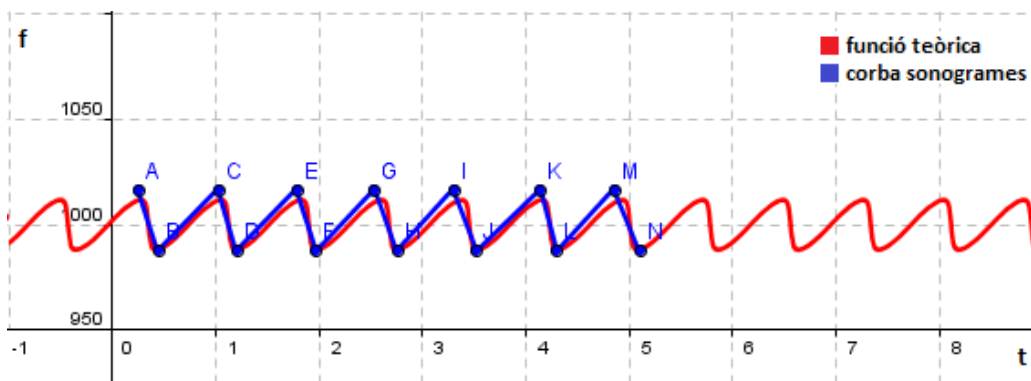


Fig. 69 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 3V

A (0.25,1017) ; B (0.44,988) ; C (1.02,1017) ; D (1.2,988) ; E (1.78,1017) ; F (1.97,988) ;
G (2.53,1017) ; H (2.75,988) ; I (3.3,1017) ; J (3.52,988) ; K (4.1,1017) ; L (4.3,988) ;
M (4.85,1017) ; N (5.1,988)

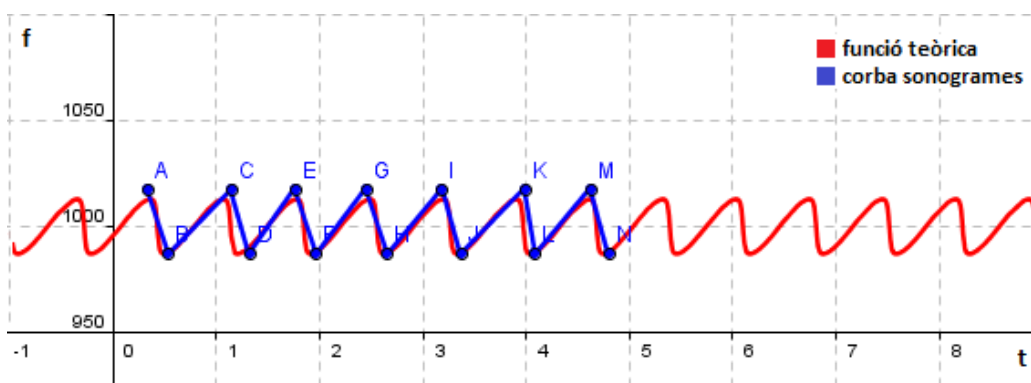


Fig. 70 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 3.5V

A (0.33,1018) ; B (0.53,987) ; C (1.05,1018) ; D (1.25,987) ; E (1.76,1018) ; F (1.96,987) ;
G (2.45,1018) ; H (2.65,987) ; I (3.18,1018) ; J (3.37,987) ; K (3.98,1018) ; L (4.08,987) ;
M (4.62,1018) ; N (4.8,987)

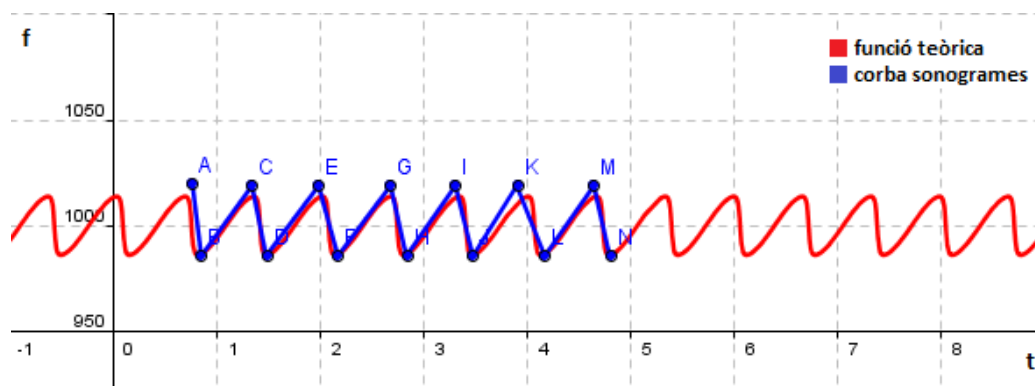


Fig. 71 – Gràfic comparatiu de la font a moviment circular uniforme quan s'aplica al motoret 4V

A (0.76,1020) ; B (0.84,986) ; C (1.33,1019) ; D (1.48,986) ; E (1.98,1019) ; F (2.16,986) ;
G (2.67,1019) ; H (2.83,986) ; I (3.3,1019) ; J (3.47,986) ; K (3.9,1019) ; L (4.16,986) ;
M (4.64,1019) ; N (4.8,986)

8. Conclusions

S'han assolit els objectius inicials, comprovant l'existència de l'efecte Doppler en el so i l'adequació dels resultats pràctics als resultats teòrics, provinents de les equacions.

Per al MRU:

- **Evolució de la freqüència en funció de la distància:**
Els resultats freqüencials per a $d = 50 \text{ m}$ i $d = 100 \text{ m}$ són idèntics. Per tal que aquestes freqüències es diferenciïn més, seria necessari que la distància s no fos de 3 m, sinó una xifra molt més gran. En la experimentació, això no ha estat possible perquè l'amplada de carretera impedeix prendre valors de s més grans.
- **Evolució de la freqüència en funció de quin cos (si l'observador, la font o ambdós) està en moviment:**

Les freqüències de l'observador en moviment i les freqüències de la font en moviment són molt semblants. Això es degut a que en els dos casos sempre hi ha únicament un cos en moviment: o l'observador o la font.

En canvi, els resultats per l'observador i la font en moviment es diferencien notablement dels resultats freqüencials dels casos anteriors. En aquest cas, a l'estar els dos cossos en moviment, la font emet els fronts d'ona més comprimits i l'observador els travessa més ràpidament. Aquests dos factors produeixen una "doble" variació en la freqüència que en els altres casos no es donava:

- Augmenta la velocitat aparent del so: la v respecte a l'observador ja no és 340 m/s , sinó $v' = V_0 + v$, perquè aquest es troba en moviment.
- Al moure's la font varia la longitud d'ona, i per tant, també varia la freqüència.



- **Evolució de la freqüència en funció de la velocitat:**

A mesura que s'incrementa la velocitat de l'observador i/o de la font, els resultats freqüencials pels cossos apropant-se augmenten, i els resultats pels cossos allunyant-se disminueixen. És a dir, la diferència entre les freqüències pel cos o cossos en moviment i entre la freqüència pels cossos estacionaris ($f = 1532 \text{ Hz}$) esdevé més pronunciada.

S'ha observat que cada vegada que s'incrementa la velocitat 10km/h (2,778m/s), les freqüències de l'observador en moviment s'incrementen o disminueixen uniformement 12,5 Hz, tant a $d = 50 \text{ m}$ com a $d = 100 \text{ m}$.

En el cas de la font en moviment, la variació també és constant i correspon a 13,2 – 13,4 Hz aproximadament.

I per l'observador i la font en moviment, la freqüència quan els dos cossos s'apropen augmenta entre 26,3 i 26,9 Hz, i disminueix quan els dos cossos s'allunyen entre uns 26,3 i 26,9 Hz.

- Les **desviacions** en % entre els resultats de les equacions i els resultats dels sonogrames no superen el 0,22% exceptuant el cas de la font en moviment i distància 100 m, on la desviació percentual més gran és de 1,66%.
Igualment, el baix valor de les desviacions, és un dels principals factors que ens permeten afirmar la validesa de les equacions que estudien l'efecte Doppler, i per extensió, l'existència d'aquest fenomen.
- S'ha calculat l'**error relatiu** en % de les 5 gravacions realitzades per cada velocitat: 25, 37, 47 (km/h). No supera el 0,27%, exceptuant en les gravacions de la font en moviment i $d = 100 \text{ m}$.
- S'observa que la **intensitat** de la gravació quan un cotxe s'allunya de l'altre és molt inferior a la intensitat per un cotxe apropant-se a l'altre. Això es deu a la direccionalitat d'emissió de la botzina del cotxe-font, ja que els cotxes estan dissenyats perquè la seva botzina emeti amb més intensitat en direcció frontal. També s'hi ha de sumar les carrosseries del cotxe-font i del cotxe-observador, que exerceixen de pantalla sonora quan els dos cotxes es creuen i s'allunyen.

Per al MCU:

- S'ha extret dels sonogrames les freqüències màximes i mínimes, per tal de comparar-les amb els resultats freqüencials, màxims i mínims, de les equacions. Comparar qualsevol altra freqüència suposa un grau de dificultat elevat, per la seva dependència amb el temps.
- S'aprecia una ona sinusoidal en els sonogrames, especialment en els de 1,5V, 2V i 2,5V.
- Les desviacions en % entre els resultats de les equacions i els resultats dels sonogrames són com a màxim d'un 0,5%.



L'efecte Doppler en el so

- A l'augmentar la tensió, també augmenta la velocitat de la font i per tant, s'incrementa la freqüència màxima i disminueix la freqüència mínima. S'observa que, a mesura que la tensió va prenent valors més grans, l'augment o disminució dels resultats freqüencials esdevé menys pronunciat.

Cal afegir que, per tal d'acabar de complementar aquest treball, hauria estat el meu desig haver pogut arribar a una explicació coherent i empírica sobre:

- El motiu pel qual durant tan temps els resultats pràctics d'algunes gravacions no van coincidir amb els seus respectius resultats teòrics.
- Perquè, després d'haver repetit els experiments diversos cops i d'haver obtingut múltiples gravacions errònies, va arribar un moment a partir del qual, tots els enregistraments realitzats coincidien en valor amb els resultats teòrics de les equacions.

L'explicació plausible se'm resistí tot el temps mentre la vaig estar buscant, i malauradament, la data d'entrega d'aquest treball m'impedí continuar aquesta cerca. Per tant, considero que aquest és un dels punts pendents d'aquest treball, a partir del qual es podria continuar la seva ampliació i millora.

9. Agraïments

No hauria estat possible escriure aquest treball sense el suport incondicional i la paciència dels meus pares, Josep M^a Amorós i Rosaura Binefa (els conductors dels vehicles), i la guia i l'orientació de la meva tutora del treball de recerca, la Carme Moncasí, de l'Ins La Serra. Moltes gràcies a Josep M^a Comajuncosas, de l'Escola Superior de Música de Catalunya, per la seva ajuda i consell durant tot el treball. Cal agrair també l'assessoria tècnica de Miquel Amorós a l'hora de solucionar problemes informàtics. I finalment, donar gràcies a Josep Balcells i Josep Binefa pel seu ajut en la construcció de la maqueta del Moviment Circular Uniforme.

10. Bibliografia

AUSTRALIAN CENTRE FOR FIELD ROBOTICS [online]
<http://www.acfr.usyd.edu.au/pdfs/training/sensorSystems/14%20Doppler%20Measurement.pdf> [Última data d'accés: 19/03/11]

BUXEDA, Antoni. *Física de la llum i el so*. Barcelona: Edicions UPC, 1995.

BUZZLE.COM [online]: <http://www.buzzle.com/articles/doppler-effect-how-doppler-radar-works.html> [Última data d'accés: 11/03/11]

CROMER, Alan H. *Física en la ciencia y en la industria*. Barcelona: Editorial Reverté, 1999.

ENCICLOPÈDIA CATALANA [online]:
http://www.enciclopedia.cat/fitxa_v2.jsp?NDCHEC=0022802&BATE=efecte%2520Doppler
[Última data d'accés: 14/01/11]



L'efecte Doppler en el so

GLOBALSHIKSHA [online]: <http://www.globalshiksha.com/content/technology-using-the-doppler-effect> [Última data d'accés: 08/03/11]

HISTORIA DE LA MEDICINA [online]: <http://www.historiadelamedicina.org/doppler.html> [Última data d'accés: 09/03/11]

KAVLI INSTITUTE FOR COSMOLOGICAL PHYSICS AT THE UNIVERSITY OF CHICAGO [online]: <http://cfcpwork.uchicago.edu/kicp-projects/nsta/2007/sherman/doppler.htm> [Última data d'accés: 10/02/11]

MERCADÉ, Joan; SERRA, Salvador; ARMENGOL, Montserrat. *Física 2 Batxillerat*. Madrid: McGraw-Hill, 2009.

RADARGUNS [online]: <http://www.radarguns.com/radar-types.html> [Última data d'accés: 13/03/11]

REED COLLEGE [online]: <http://academic.reed.edu/physics/courses/phys100/Lab%20Manuals/Doppler%20Effect/Doppler.pdf> [Última data d'accés: 19/01/11]

RODRÍGUEZ, Ángel. *Dimensión Sonora del lenguaje audiovisual*. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica S.A., 1998

ROTHENSTEIN, Bernhard i ROTHENSTEIN, Albert. "Doppler shift experiments with source in periodic motion: Parametrized Doppler shift formulas" <http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0309/0309088.pdf> [Última data d'accés: 02/02/11]

SERWAY, Raymond A. *Física, Tomo I*. Mèxic: McGraw-Hill, 1997.

SOUND FORGE PRO HELP [online]: <http://soundforge.helpmax.net/en/midi-synchronization/change-spectrum-analysis-settings/> [Última data d'accés: 05/11/11]

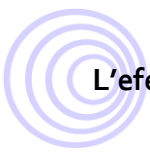
TANONI, Diego i KRIEGER, Alejandro. "Efecto Doppler de una fuente de sonido en un movimiento circular: análisis con y sin reflexiones" http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_ondas/el_efecto_Doppler2k6.pdf [Última data d'accés: 28/01/11]

UNITED STATES NAVAL ACADEMY [online]: <http://usna.edu/Users/physics/ejtuchol/Chapter19.pdf> [Última data d'accés: 16/02/11]

WIKIPEDIA [online]: http://en.wikipedia.org/wiki/Doppler_effect [Última data d'accés: 30/01/11]

WIKIPEDIA [online]: http://es.wikipedia.org/wiki/Radar_de_impulsos_Doppler [Última data d'accés: 02/03/11]

WIKIPEDIA [online]: <http://en.wikipedia.org/wiki/Speedometer> [Última data d'accés: 26/10/11]



L'efecte Doppler en el so

WITTE, T.H. i Wilson, A.M. "Accuracy of non-differential GPS for the determination of speed over ground"

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021929004001204> [Última data d'accés: 15/10/11]